Eléments de correction du TI2.1

1) Détermination de l'équation différentielle :

Système considéré : le volume d'eau (V = 40mL)

Bilan énergétique instantané (pendant dt) :

$$\delta Q = \underbrace{mC_{TH}dT}_{\text{Énergie acquise = Chaleur acquise}} = \underbrace{P_C dt}_{\text{Énergie reçue}} - \underbrace{P_P dt}_{\text{Énergie cédée}}$$ avec $$m = \rho V \qquad \rho = 1kg.L^{-1}$$

donc $$mC_{TH}\frac{dT}{dt} = P_C - \alpha(T - T_{amb})$$ d'où $$\boxed{mC_{TH}\frac{dT}{dt} + \alpha T = P_C - \alpha T_{amb}}$$

Hypothèse : T_{amb} constante

⇨ $$mC_{TH}\frac{d\Delta T}{dt} + \alpha \Delta T = P_C$$ avec $$\Delta T(t) = T(t) - T_{amb} \qquad \Delta T(t=0) = 0$$

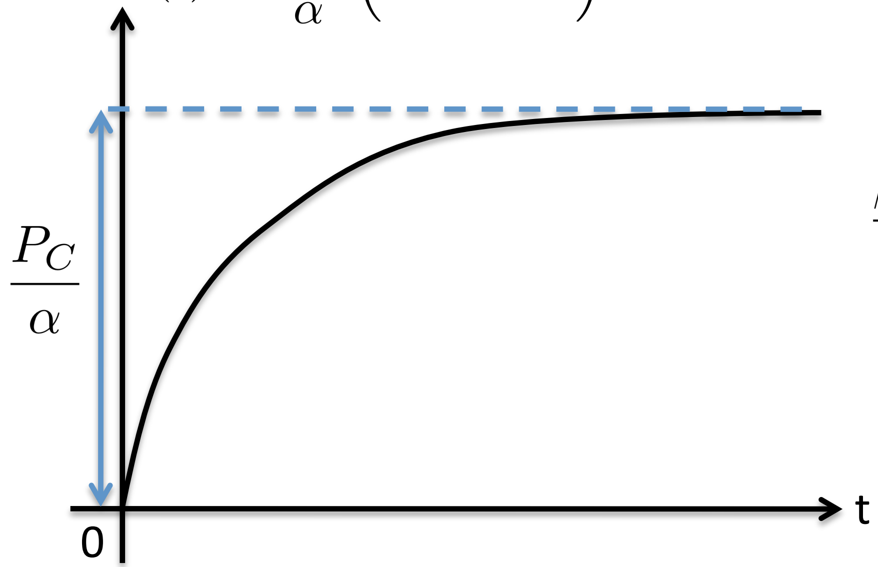
Solution :

$$\boxed{T(t) = T_{amb} + \frac{P_C}{\alpha}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \text{ avec } \quad \tau = \frac{mC_{TH}}{\alpha}}$$

Extraction des grandeurs demandées

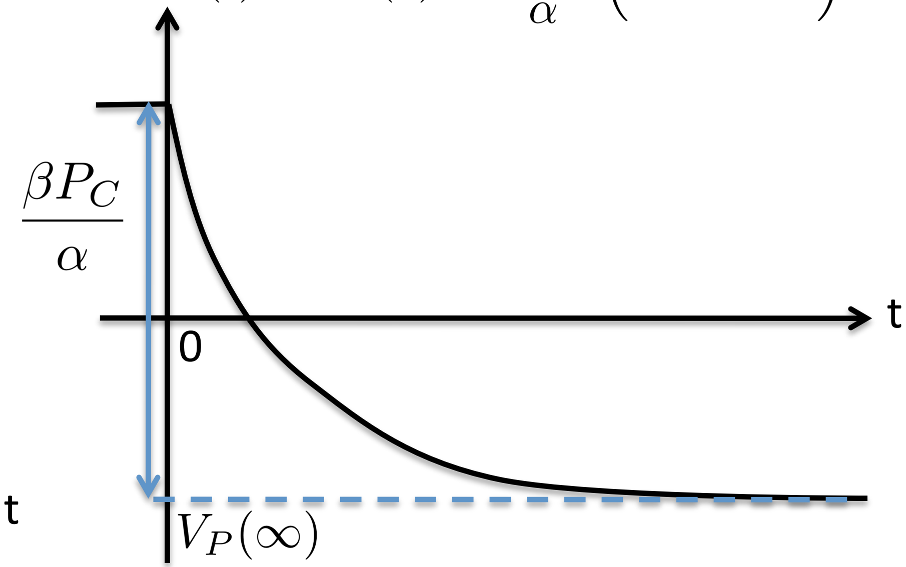
Température mesurée

$$\Delta T(t) = \frac{P_C}{\alpha}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



Tension du Pont de Mesure

$$V_P(t) = V_P(0) + \frac{\beta P_C}{\alpha}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



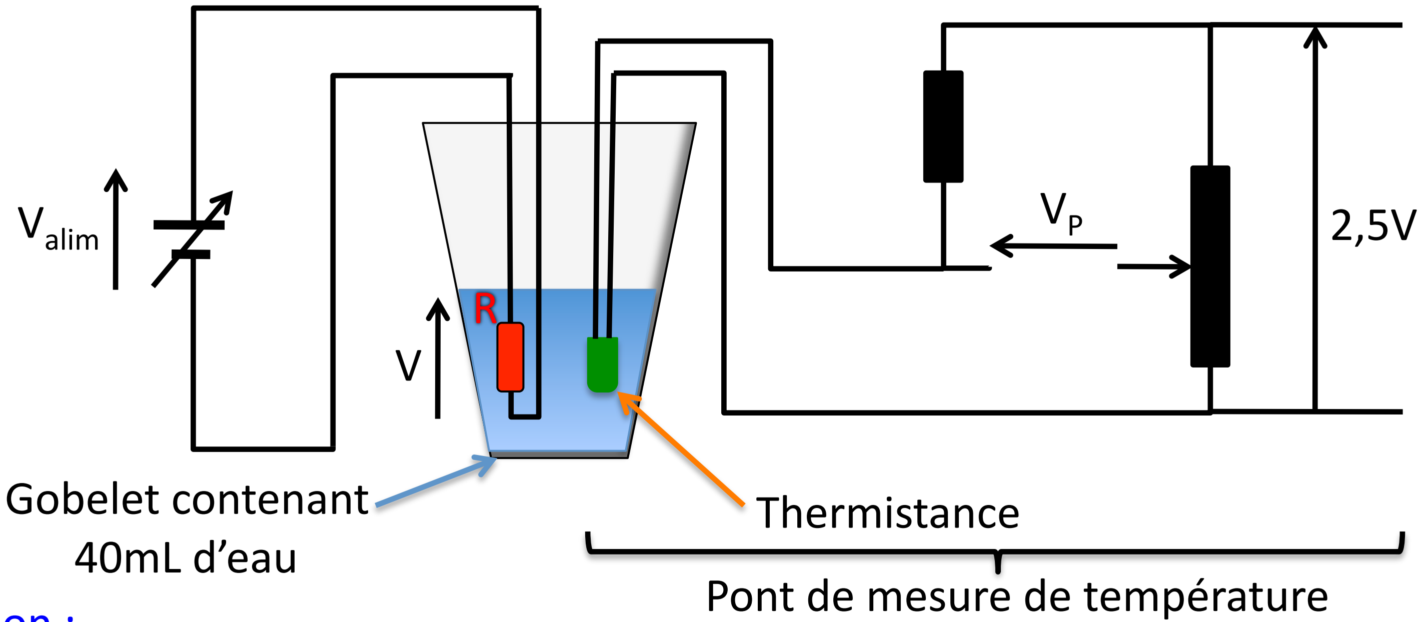
1) Coefficient d'échange : $\alpha = \dfrac{\beta P_C}{V_P(\infty) - V_P(0)}$ ⇨ attendre le régime permanent

2) Capacité calorifique massique : $C_{TH} = \dfrac{\alpha\tau}{m}$ ⇨ extraire la constante de temps

Partie expérimentale

Puissance de chauffage (P_C) : Effet Joule d'une résistance $R = 33\Omega$

$$P_C = \frac{V^2}{R} = 1W \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{P_C R} = 5,74V}$$



Précaution :

Placer la résistance et la thermistance au milieu du gobelet sans qu'elles se touchent.

Protocole:

1) Régler $V_P(t<0)$ à +100mV (V_P va diminuer car T va augmenter)
2) Mettre sous tension R et déclencher le chronomètre (t=0)
3) Relever des valeurs (t, $V_P(t)$) (N.B. : espacer l'intervalle des mesures si V_P varie peu)
4) Attendre la stabilisation de V_P : $V_P(\infty)$

Analyse des données

Extraction du coefficient d'échange :

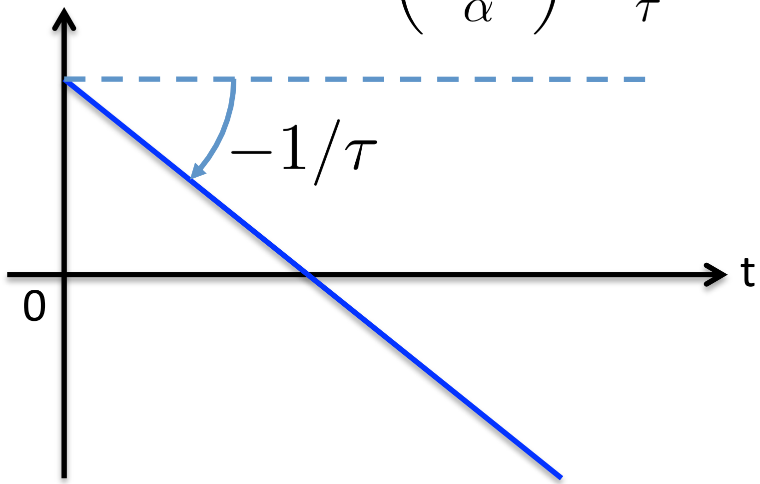
$$\boxed{\alpha = \frac{\beta P_C}{V_P(\infty) - V_P(0)}}$$

Extraction de la capacité calorifique massique :

Comportement exponentiel de V_P

⇨ Calcul du logarithme :

$$\ln\left(V_P(t) - V_P(\infty)\right) = \ln\left(\frac{-\beta P_C}{\alpha}\right) - \frac{t}{\tau} \quad \text{avec} \quad V_P(\infty) = V_P(0) + \frac{\beta P_C}{\alpha}$$



$$\boxed{C_{TH} = \frac{\alpha\tau}{m}}$$

Bonus

Vérification du modèle : variation exponentielle de V_P

Analyse des données
Exemple de résultats de mesures

A partir de la détermination de l'asymptote de la courbe on déduit :

$$V_p(\infty) - V_p(0) = -75 \text{ mV}$$

D'où

$$\alpha = (\beta\ P_c) / (V_p(\infty) - V_p(0)) = -15 \times 1 / (-75) = 0.2 \text{ W K}^{-1}$$

A partir de la pente de la courbe log on trouve :

$$1/\tau = 1.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ donc } \tau = 830 \text{ s}$$

D'où

$$C_{TH} = \alpha\ \tau / m = 0.2 \times 830 / 40 = 4.15 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$$