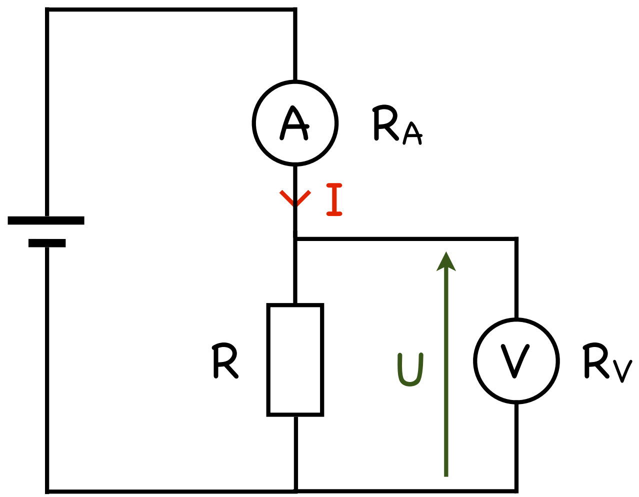
Mesures de résistances

Ojbectif :

Mesurer le plus précisément possible une résistance donnée,
c'est-à-dire déterminer le montage le plus adapté.
En effet, les résistances internes des appareils perturbent la mesure

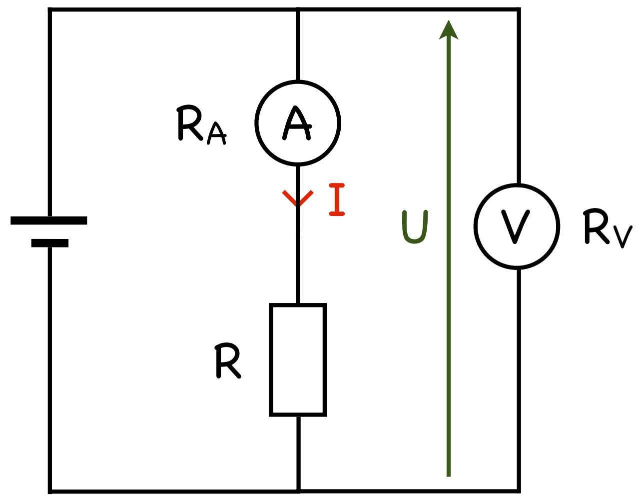
Deux types de circuit possibles :

Courte dérivation :



$$R = \frac{R_V U}{R_V I - U} \approx \frac{U}{I} \text{ si } R \ll R_V$$

Longue dérivation :

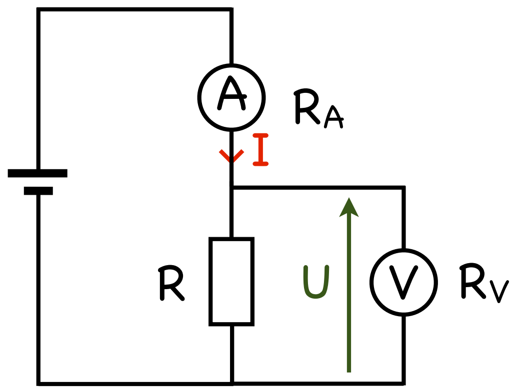


$$R = \frac{U}{I} - R_A \approx \frac{U}{I} \text{ si } R \gg R_A$$

Calcul d'Erreur : analyse théorique

Mesures de I et de U donc R = f(I,U) d'où : $(\Delta R)^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial I}\Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial U}\Delta U\right)^2$

Courte dérivation :



$$U = \frac{RR_V}{R+R_V} I$$

$$R = \frac{R_V U}{R_V I - U}$$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{R_V^2 U}{(R_V I - U)^2} = -\left(1 + \frac{R}{R_V}\right)\frac{R}{I}$$

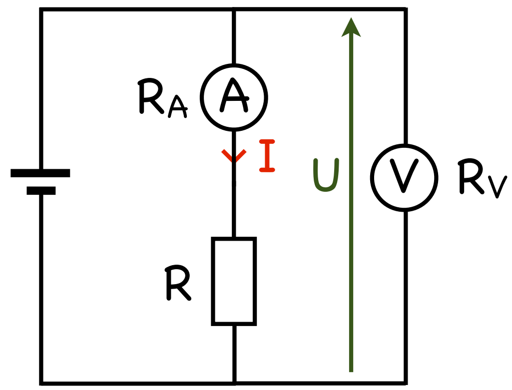
$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{R_V^2 I}{(R_V I - U)^2} = \left(1 + \frac{R}{R_V}\right)\frac{R}{U}$$

d'où :

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = \left(1 + \frac{R}{R_V}\right)\sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2}}$$

donc il faut que $R \ll R_V$

Longue dérivation :



$$R = \frac{U}{I} - R_A$$

$$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U}{I^2} = -\frac{R+R_A}{I}$$

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{1}{I} = \frac{R+R_A}{U}$$

d'où :

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = \left(1 + \frac{R_A}{R}\right)\sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2}}$$

donc il faut que $R_A \ll R$

Résultats expérimentaux

Choix de la source d'alimentation :

- 1 pile de 1,5V pour utiliser le calibre 2,5V (1,5/2,5 = 0,6)
- 2 piles de 1,5V mais calibre 10V (3/10 = 0,3 donc moins bonne précision)
- 6 piles de 1,5V pour utiliser le calibre 10V (9/10 = 0,9) mais…

  dans le cas de R = 150Ω, $P = U^2/R$ = 0,5W or les résistances ne supportent que 0,25W

	R = 150Ω			R = 75kΩ		
Rappel : $\Delta X = 4\% X_{cal}$	U U_{cal} / ΔU R_V	I I_{cal} / ΔI R_A	R α ΔR	U U_{cal} / ΔU R_V	I I_{cal} / ΔI R_A	R α ΔR
Courte dérivation	1,4V 2,5V / 0,1V 50kΩ	10mA 25mA / 1mA 10Ω	140Ω 1,003 17Ω	1,4V 2,5V / 0,1V 50kΩ	50µA 50µA / 2µA 2kΩ	64kΩ 2,28 12kΩ
Longue dérivation	1,5V 2,5V / 0,1V 50kΩ	10mA 25mA / 1mA 10Ω	140Ω 1,071 18Ω	1,5V 2,5V / 0,1V 50kΩ	19µA 50µA / 2µA 2kΩ	77kΩ 1,026 10kΩ

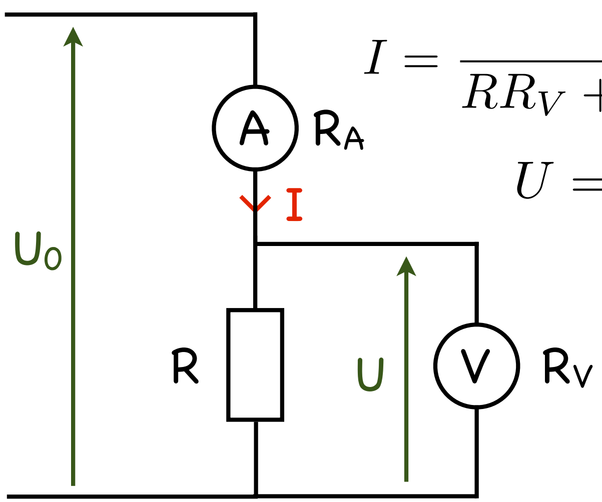
Conclusion :

Les mesures confirment l'approche théorique bien que les deux montages donnent des résultats similaires pour R=150Ω ; c'est compréhensible car $R_A \ll R \ll R_V$.

Pour aller plus loin…

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha\sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} = \alpha\sqrt{\left(\frac{4\%I_{cal}}{I}\right)^2 + \left(\frac{4\%U_{cal}}{U}\right)^2}$$

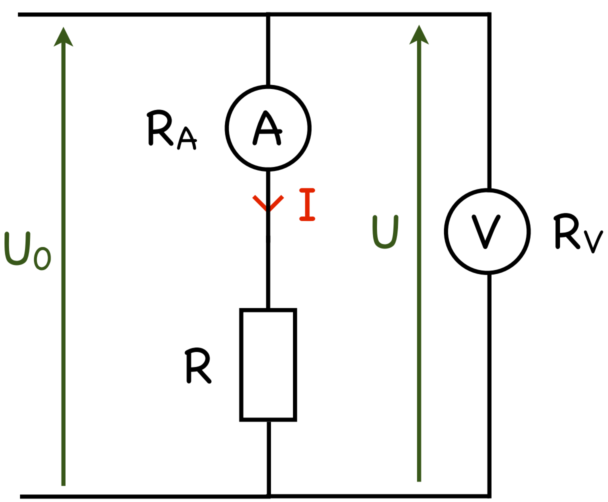
⇨ Il faudrait que $I = I_{cal}$ et $U = U_{cal}$ ⇨ Alimenter les circuits avec une tension variable U_0



$$I = \frac{R + R_V}{RR_V + R_V R_A + R_A R} U_0$$

$$U = \frac{1}{1 + \frac{R_A}{R} + \frac{R_A}{R_V}} U_0$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\alpha(RR_V + R_V R_A + R_A R)}{U_0}\sqrt{\left(\frac{4\%I_{cal}}{R + R_V}\right)^2 + \left(\frac{4\%U_{cal}}{RR_V}\right)^2}$$



$$U = U_0$$

$$I = \frac{U_0}{R + R_A}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\alpha}{U_0}\sqrt{(4\%I_{cal}(R + R_A))^2 + (4\%U_{cal})^2}$$

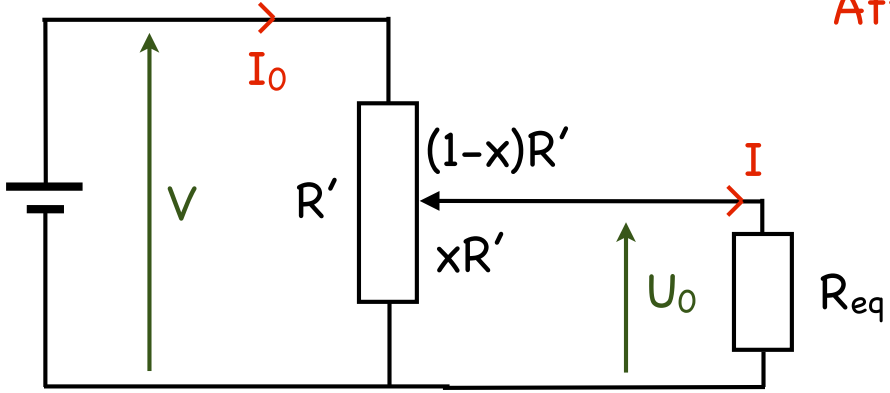
⇨ Il faut avoir U_0 maximum sans changer de calibre

⇨ 2 solutions

1) Pont diviseur
2) L'Alim. Basse Tension

… mais …

1) Pont diviseur :



Attention :

I et U_0 dépendent de la position du curseur (x) :

$$U_0 = \frac{xV}{1 + x(1-x)R'/R_{eq}}$$

$$I = \frac{xV}{R_{eq} + x(1-x)R'}$$

Il faudrait que R'≪R ce qui peut être difficile pour R=150Ω !

2) L'Alim. Basse Tension :

Assure une tension tant que la puissance requise n'est pas trop grande

Plus facile à manipuler que le pont diviseur

Quoi qu'il en soit :

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} = \alpha \sqrt{\left(\frac{4\% I_{cal}}{I}\right)^2 + \left(\frac{4\% U_{cal}}{U}\right)^2}$$

au mieux α=1, $I=I_{cal}$ et $U=U_{cal}$, donc l'erreur relative minimale vaut :

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)_{min} = \sqrt{(4\%)^2 + (4\%)^2} = 5,6\% > 5\%/3 = 1,67\%$$

Il faut donc avoir des instruments plus précis ou trouver une autre méthode !