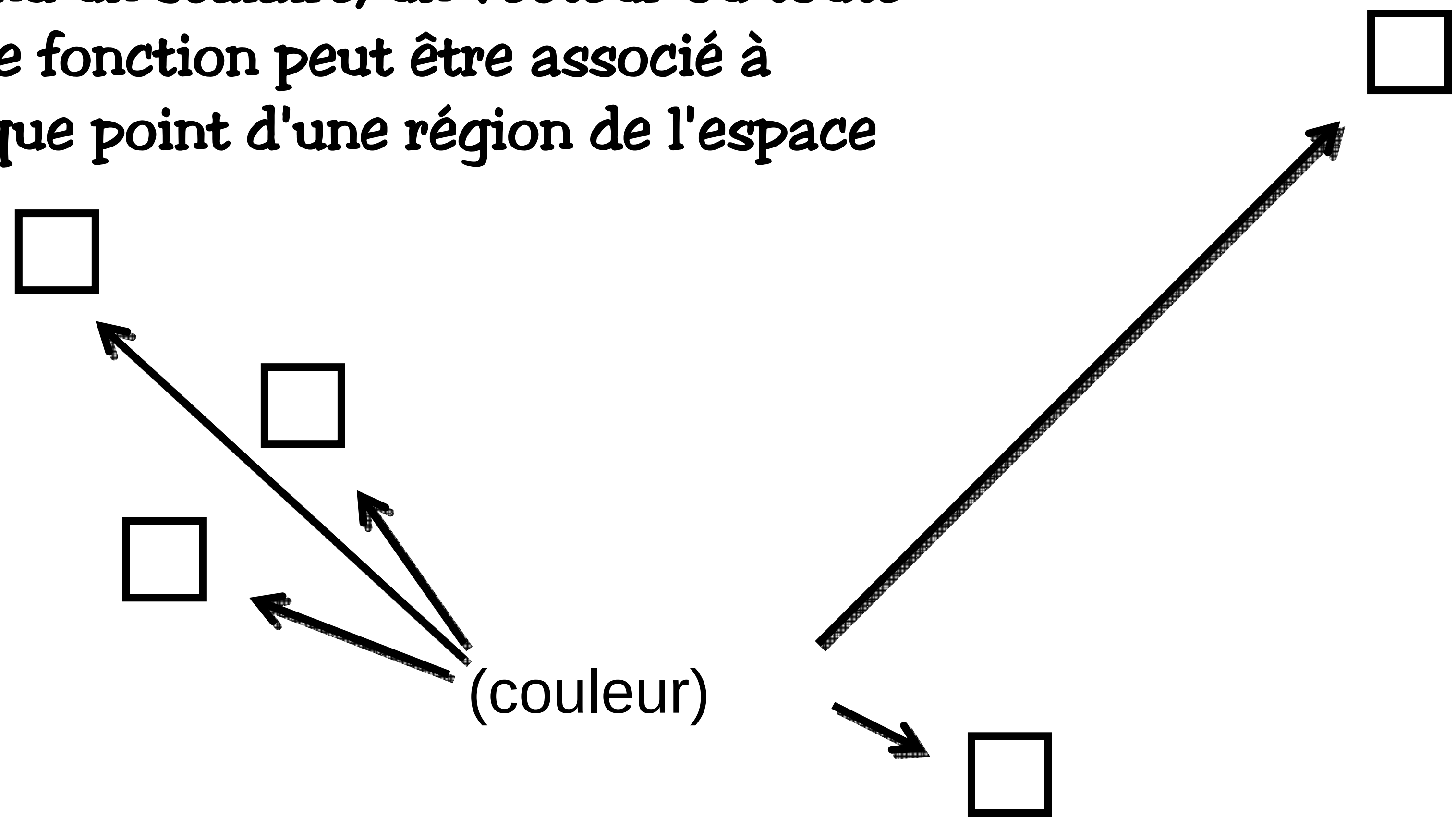
Champs
et
Fonctions de champ

Quand peut-on parler de champ ?

Quand un scalaire, un vecteur ou toute autre fonction peut être associé à chaque point d'une région de l'espace



<u>Conditions aux limites</u>

- **Neumann**
- **Dirichlet**

Champ = fonction des coordonnées de l'espace

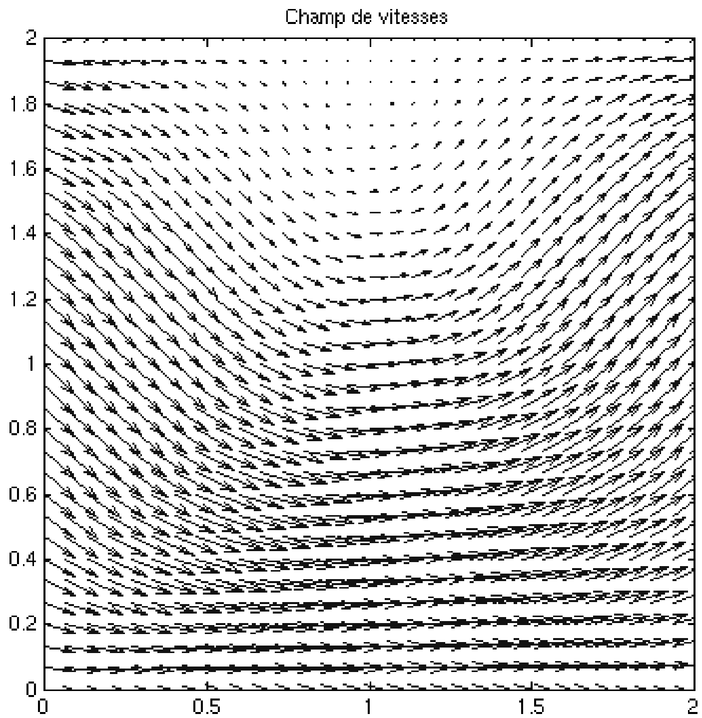
Description ...

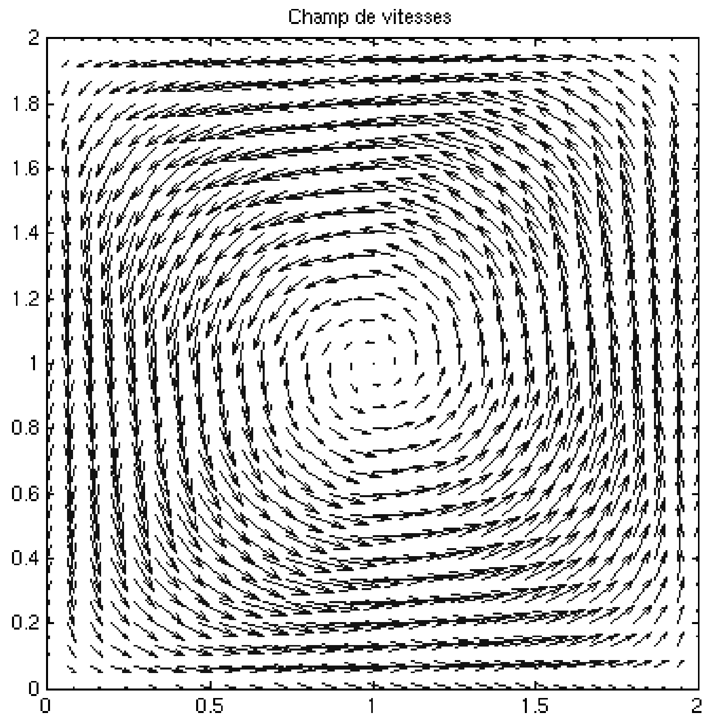
... des propriétés du système

Choix du référentiel d'observation

On parle parfois de description Eulérienne

Exemple d'un tourbillon vu dans 2 référentiels différents



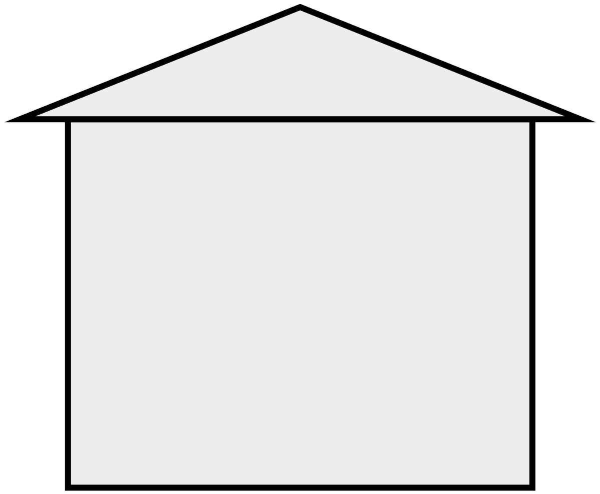


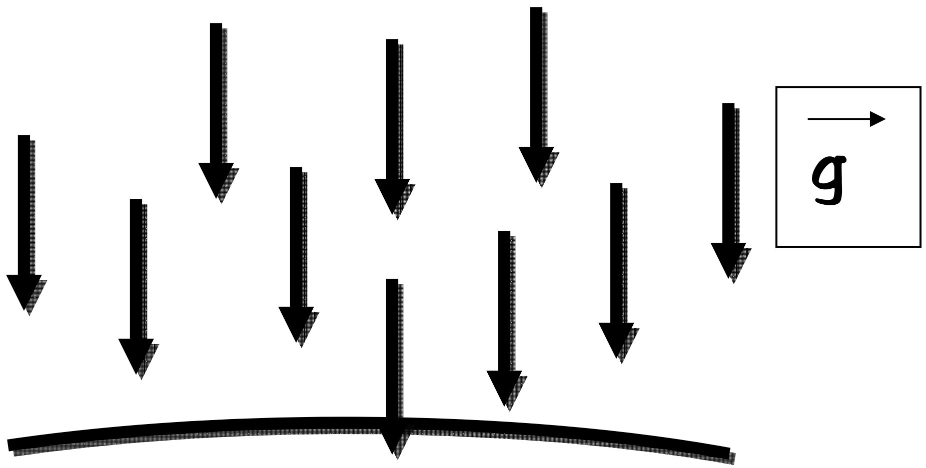
Champs élémentaires

Décrire un champ…

Champ uniforme **La fonction a même valeur en tout point.**

Exemple de champ vectoriel : gravité

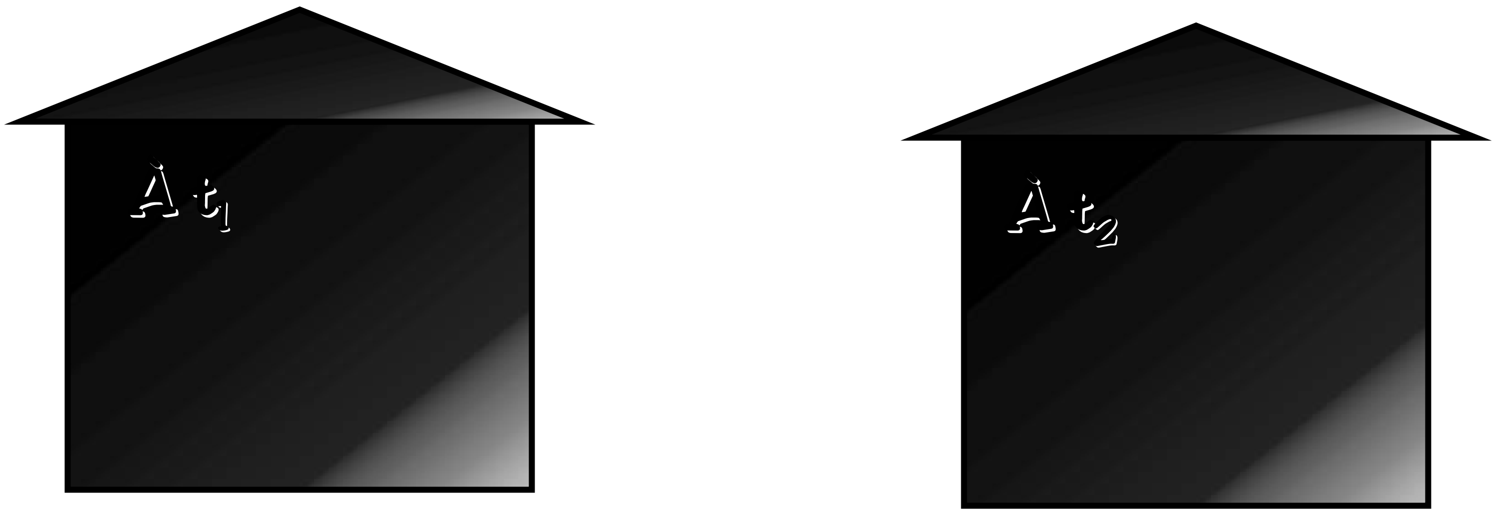




$$\boxed{F(x\,,\,y\,,\,z\,,\,t)=F_0(t)}$$

Champ stationnaire ou permanent Pas de variations temporelles

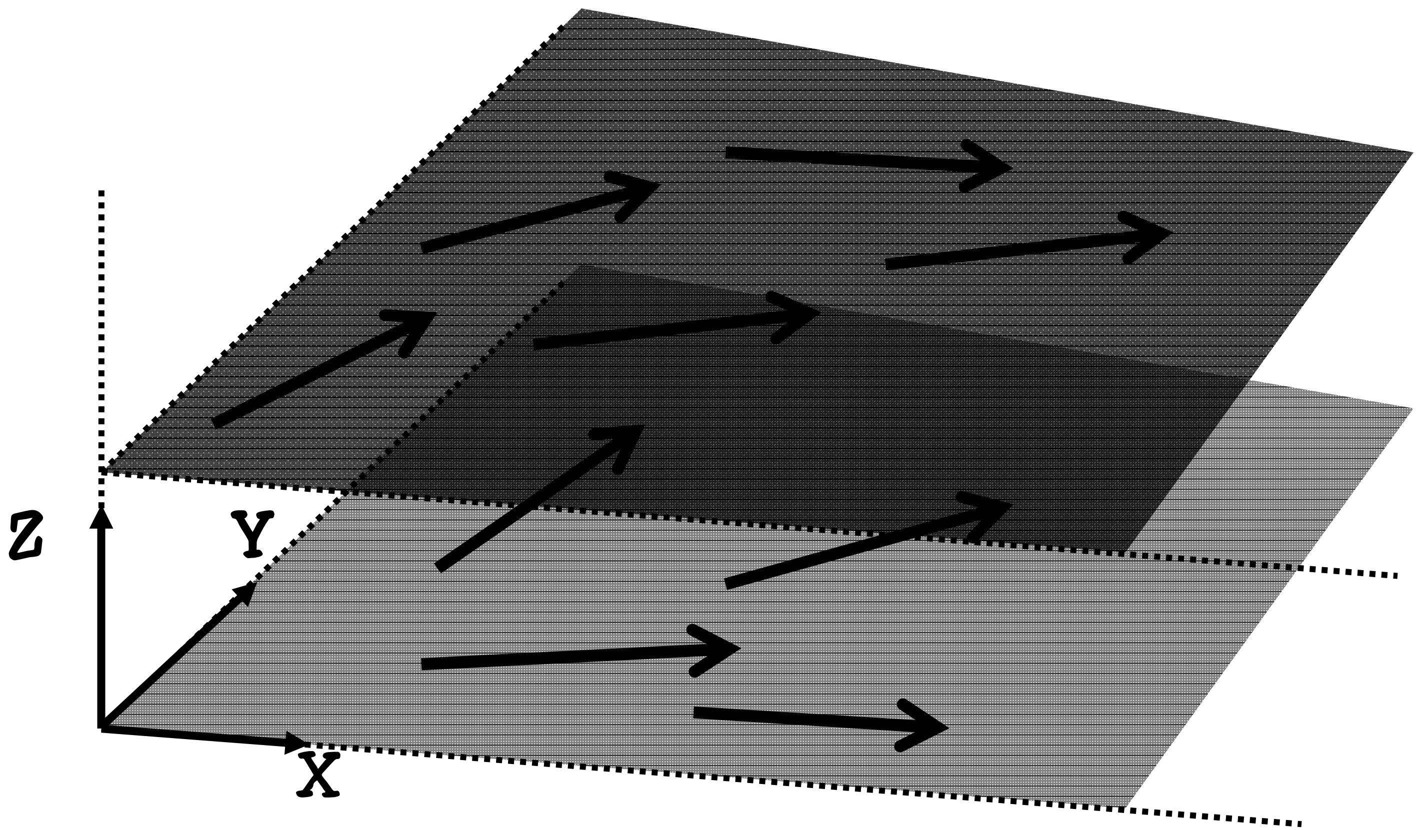
Exemple de champ scalaire : température



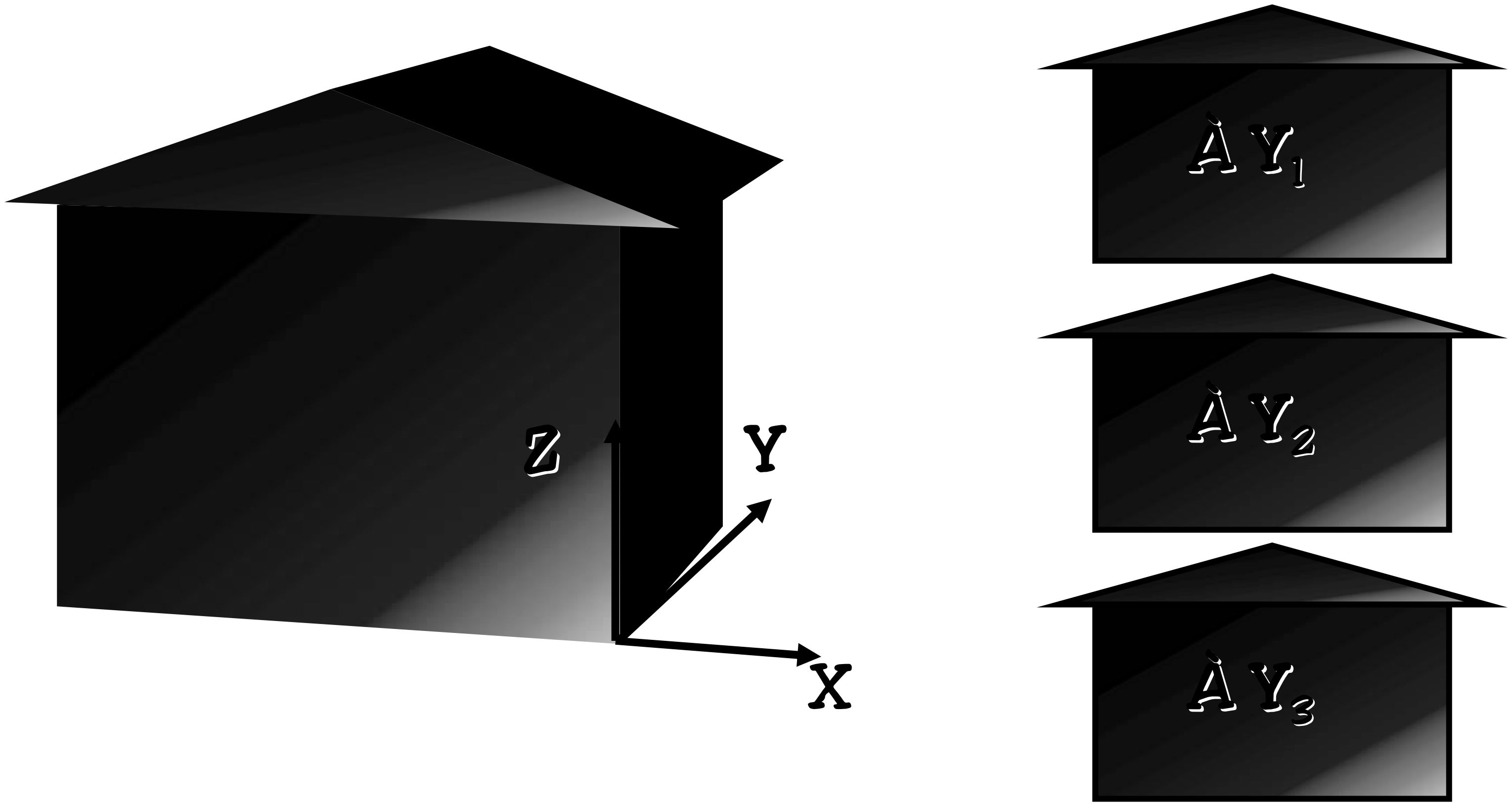
$$\boxed{\partial./\partial t=0}$$

Champ vectoriel mono- bi- tri-dimensionnel

1, 2 ou 3 composantes non nulles



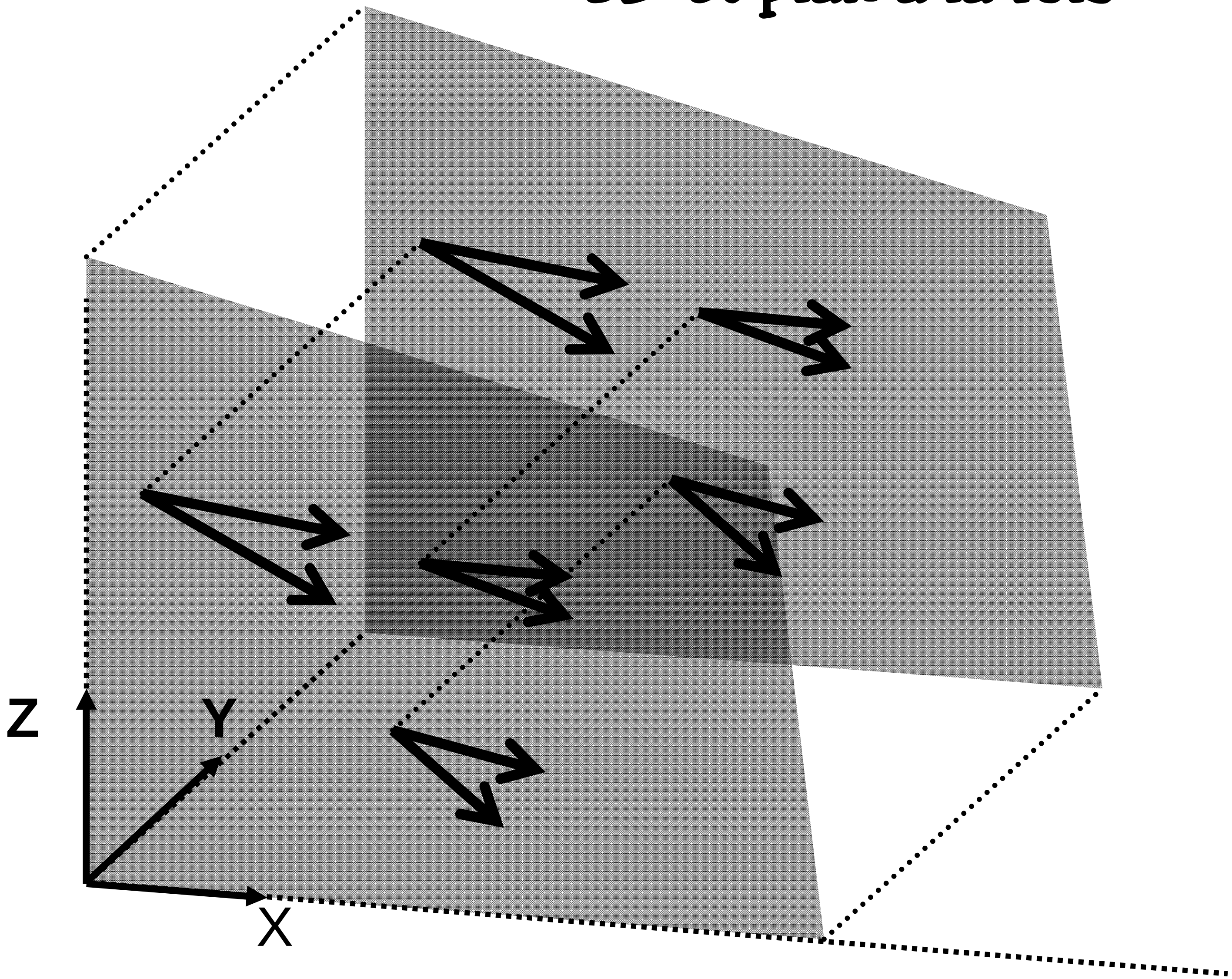
Champ plan   Pas de variations dans une direction donnée



$$\boxed{\partial./\partial Y=0}$$

ATTENTION !

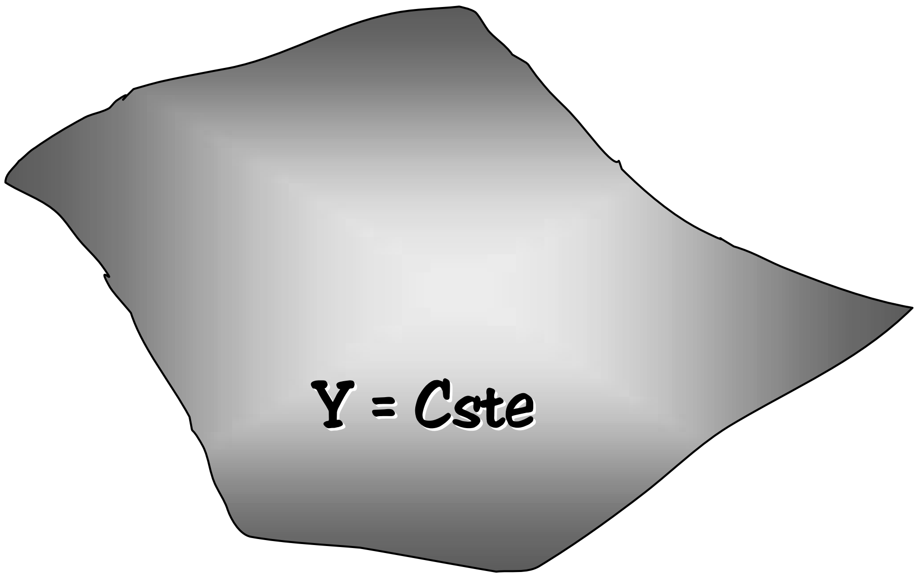
Un champ vectoriel peut être 3D et plan à la fois



Surfaces et lignes particulières

Surface de niveau (champ scalaire) :

Ensemble des points où le champ prend une même valeur.

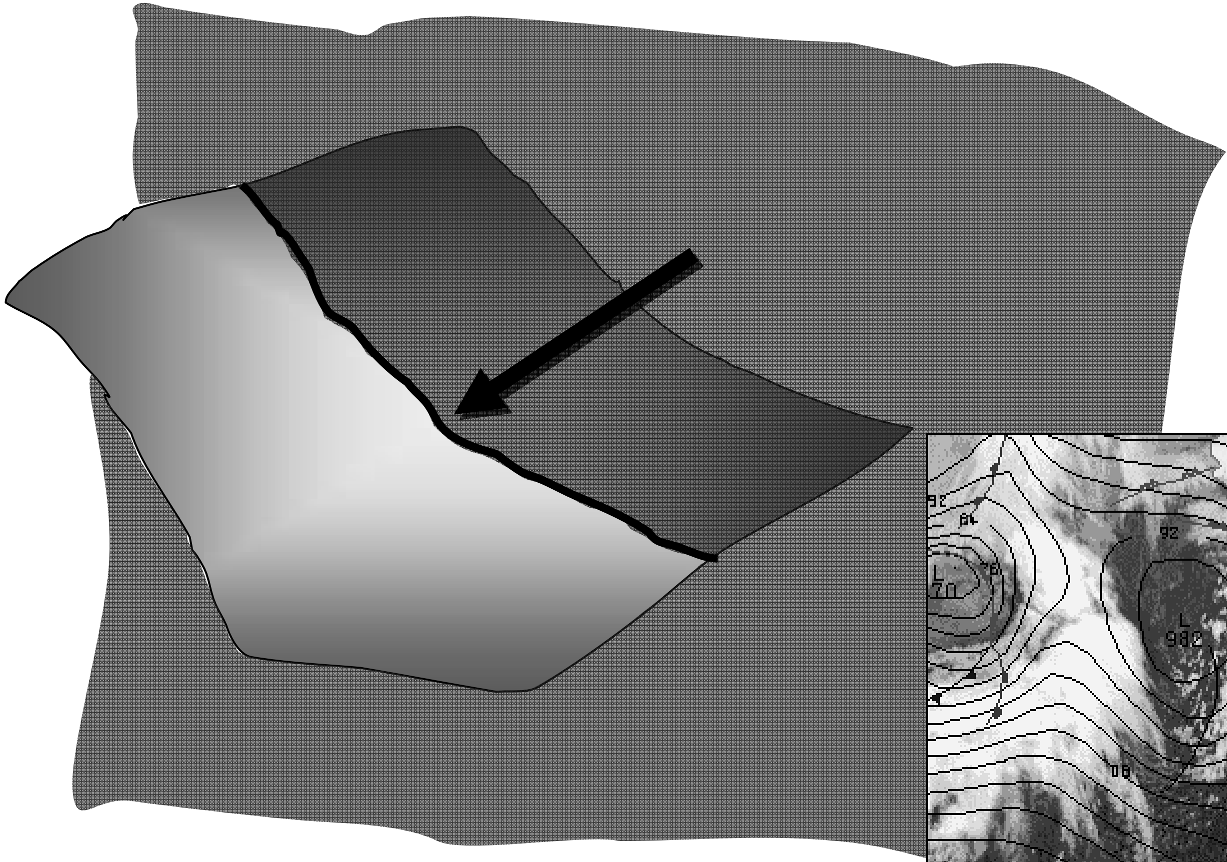


<u>Iso</u>thermes

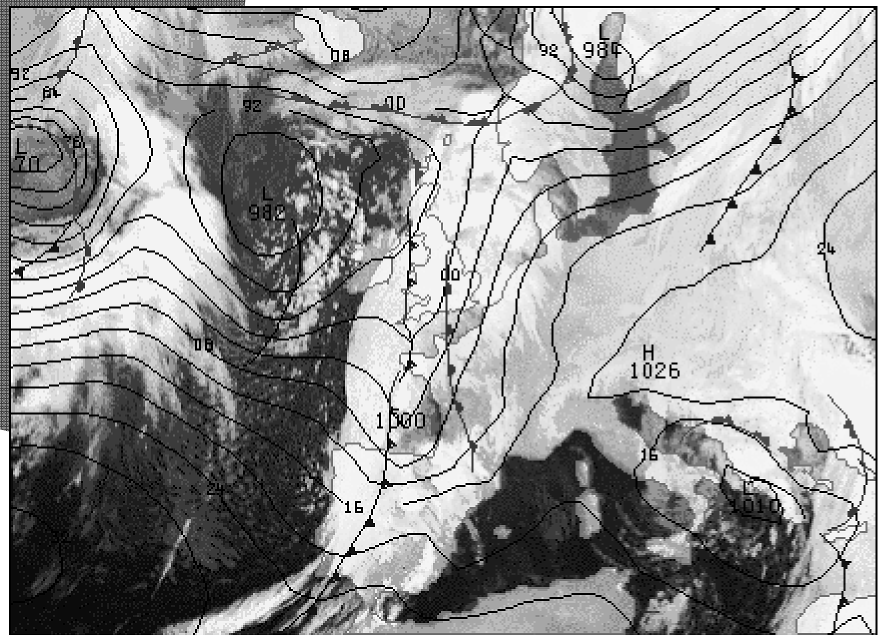
<u>Iso</u>bares

Ligne ou courbe de niveau (champ scalaire)

<u>Intersection</u> entre une <u>surface de niveau</u> et <u>un plan</u> ou <u>toute autre surface</u>

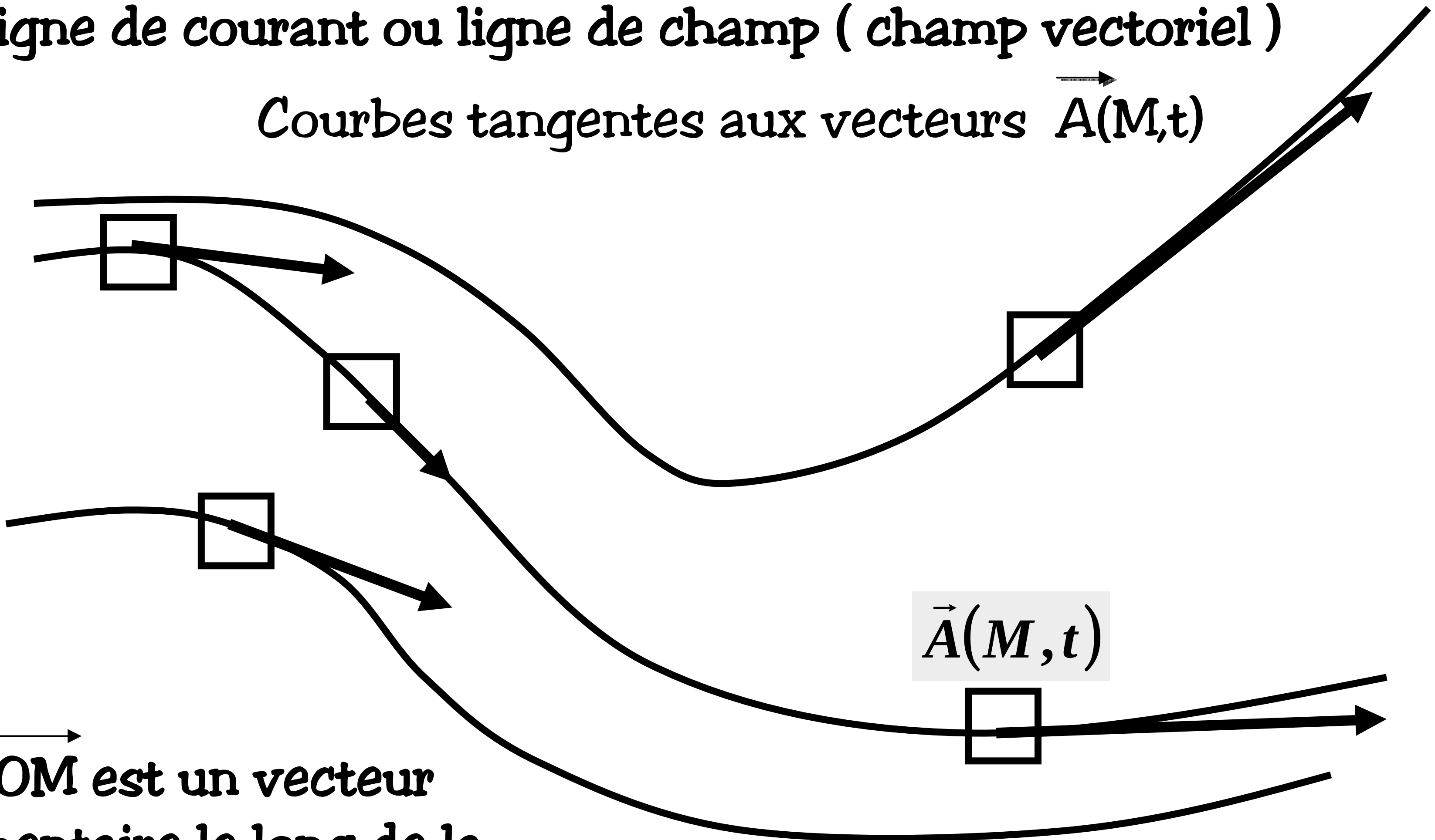


Exemple



Ligne de courant ou ligne de champ (champ vectoriel)

Courbes tangentes aux vecteurs $\overrightarrow{A}(M,t)$



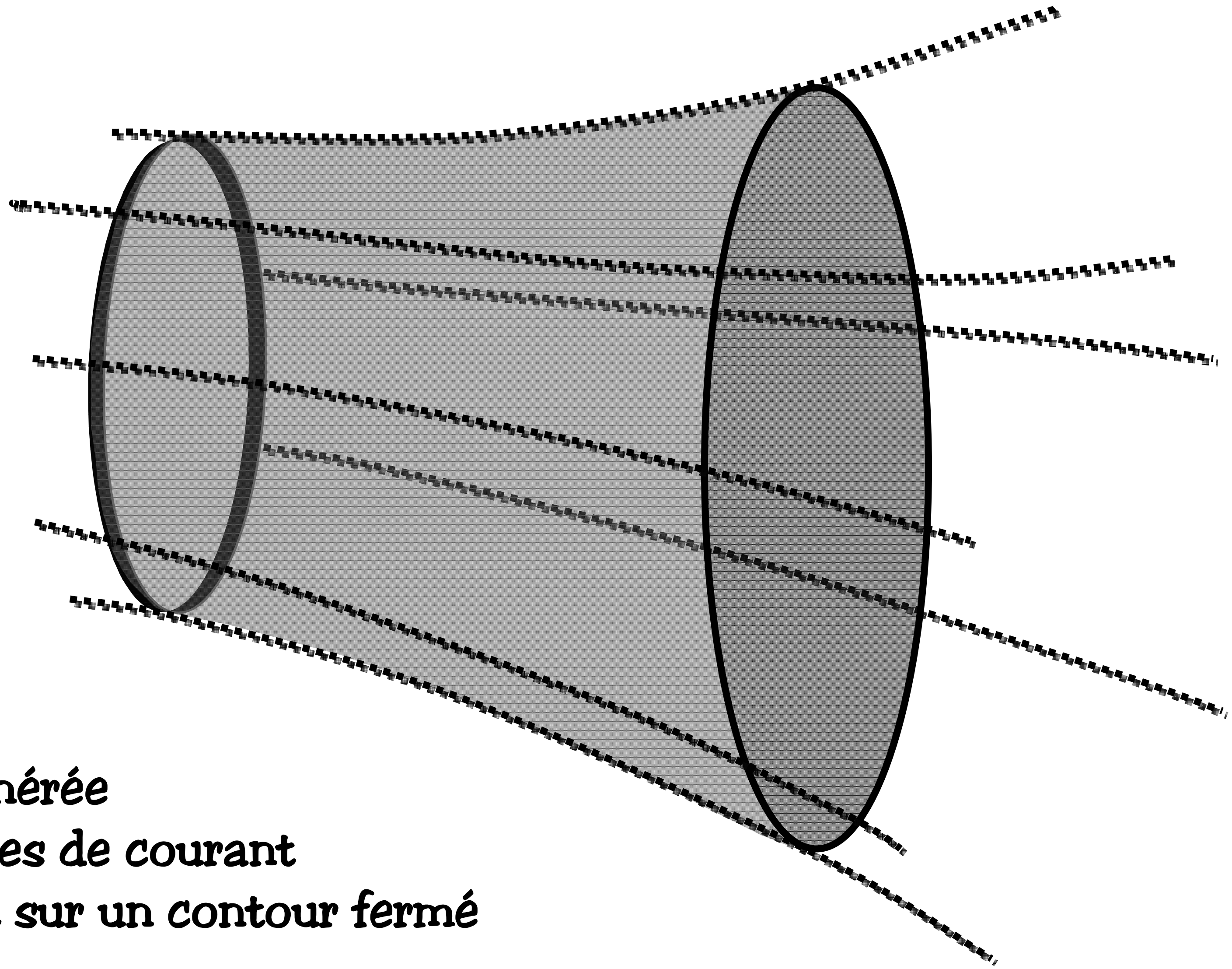
Si $\overrightarrow{dOM}$ est un vecteur élémentaire le long de la courbe, on a :

$$\boxed{\frac{dx}{A_x(x,y,z,t)} = \frac{dy}{A_y} = \frac{dz}{A_z} = \alpha}$$

(à un instant t donné)

Démonstration ?

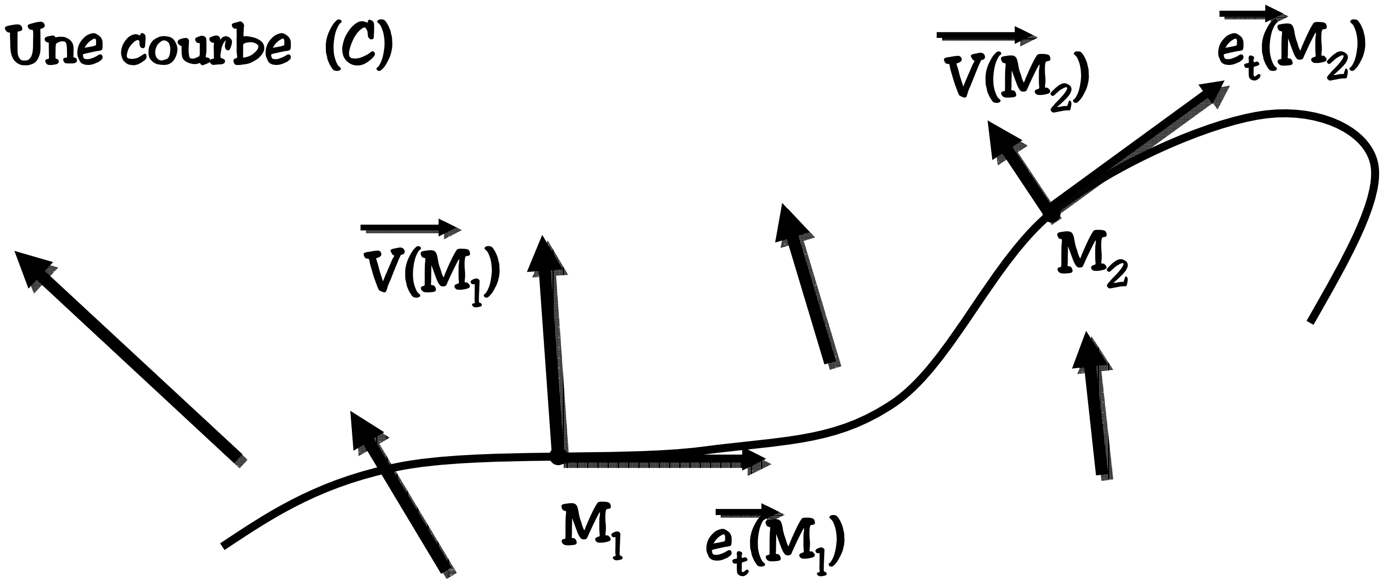
Tube de courant (ou tube de champ)



Surface générée
par les lignes de courant
s'appuyant sur un contour fermé

Circulation

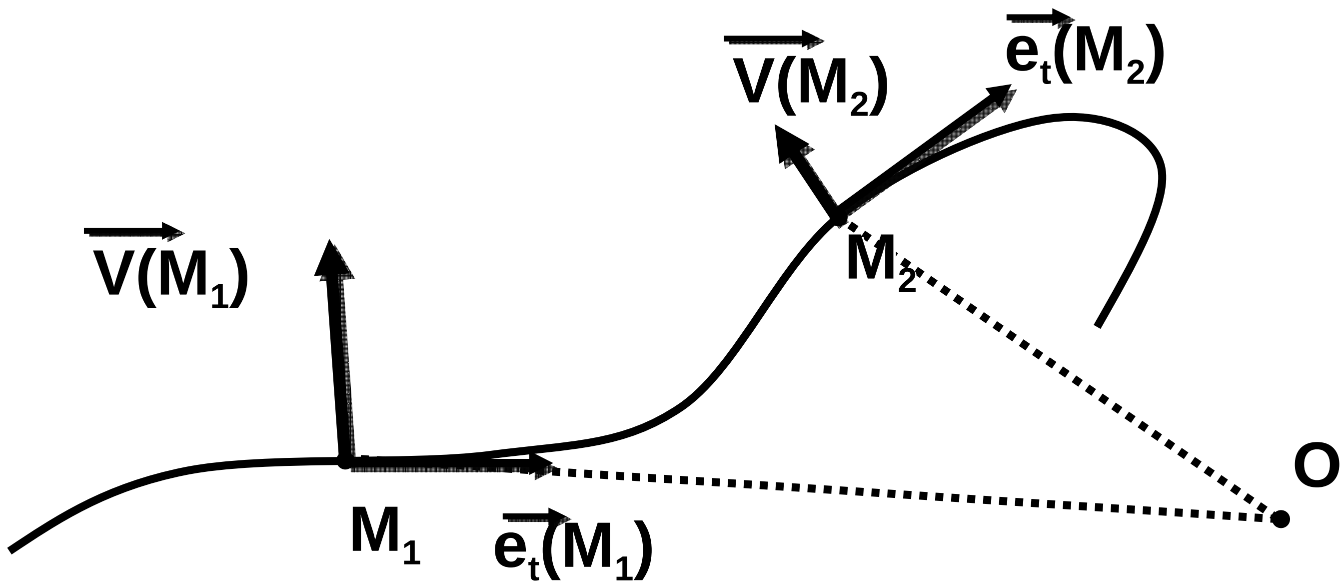
- Un champ vectoriel $\overrightarrow{V(M)}$
- Une courbe (C)



- En tout point, on définit le <u>champ scalaire</u> :

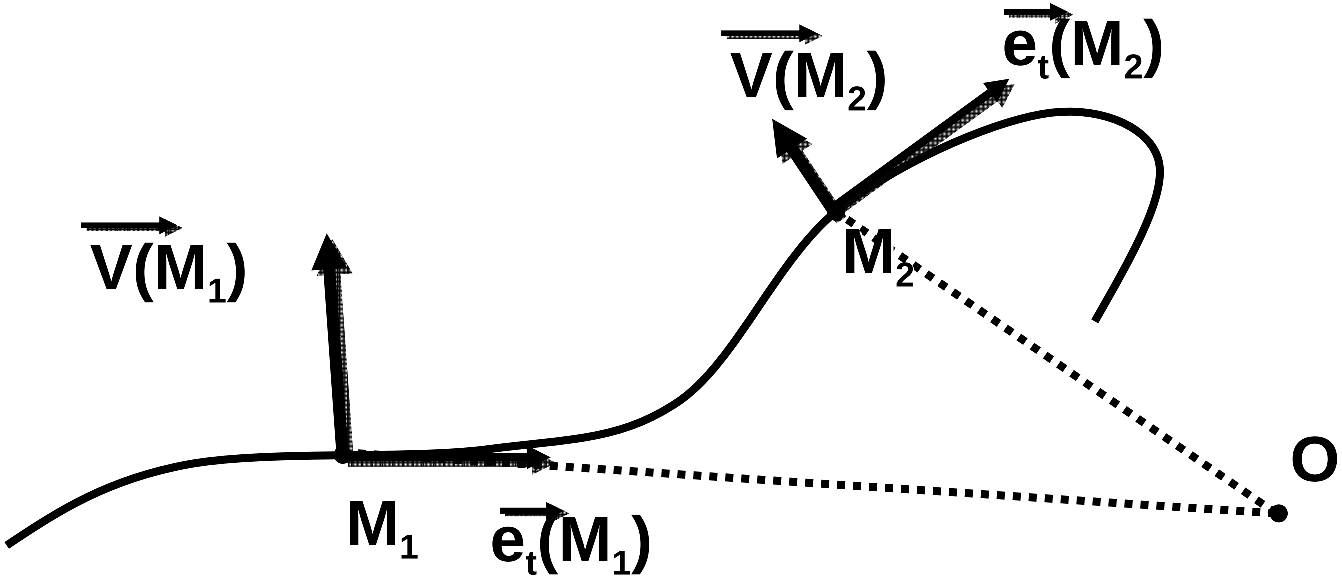
$$\boxed{\forall M \in (C),\ \vec{V}(M)\cdot\vec{e}_t(M)}$$

Circulation : définition



$$Circulation = \int \vec{V} \cdot \vec{e}_t dl = \int \vec{V} \cdot d\overrightarrow{OM}$$

Attention !



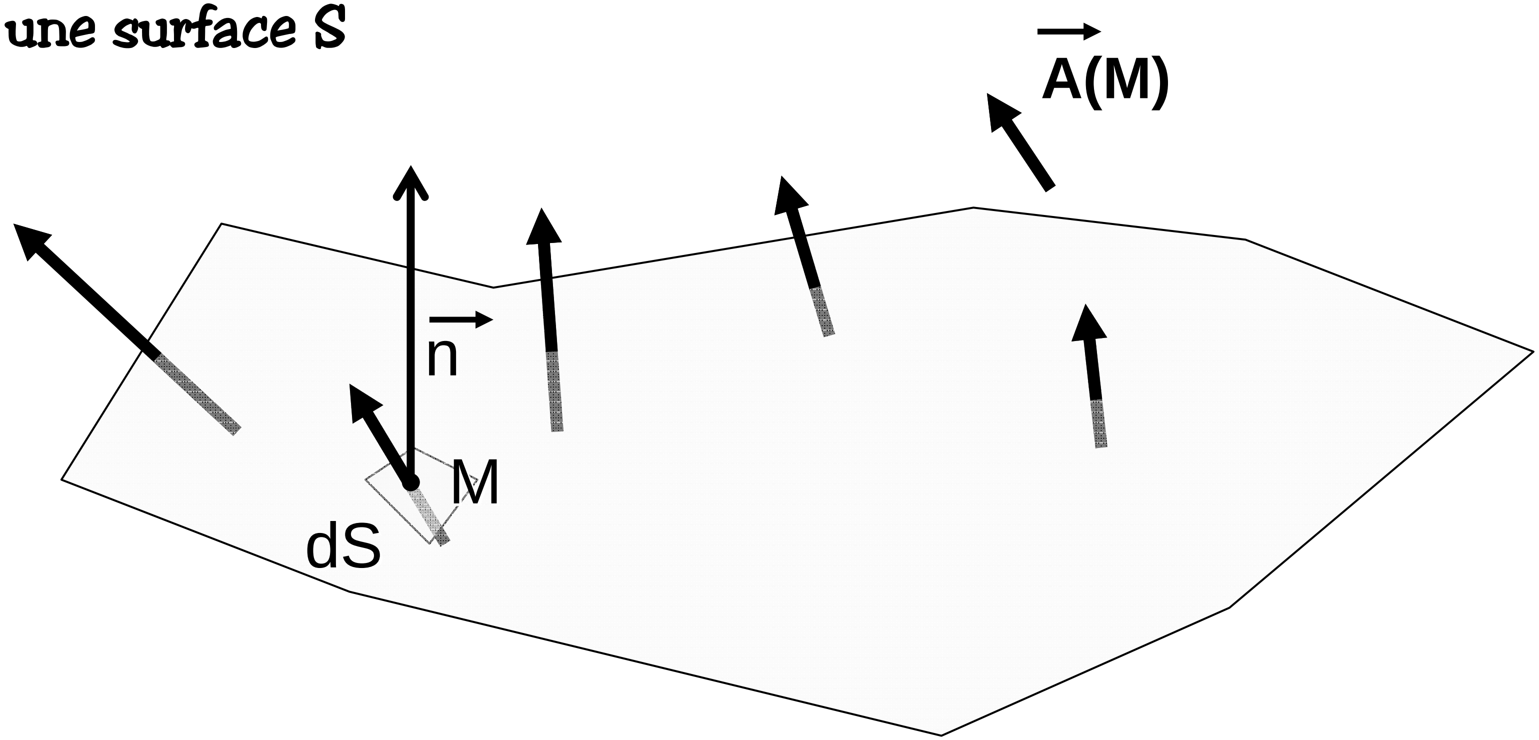
$$Circulation = \int V_x dx + V_y dy + V_z dz$$

Non indépendants !

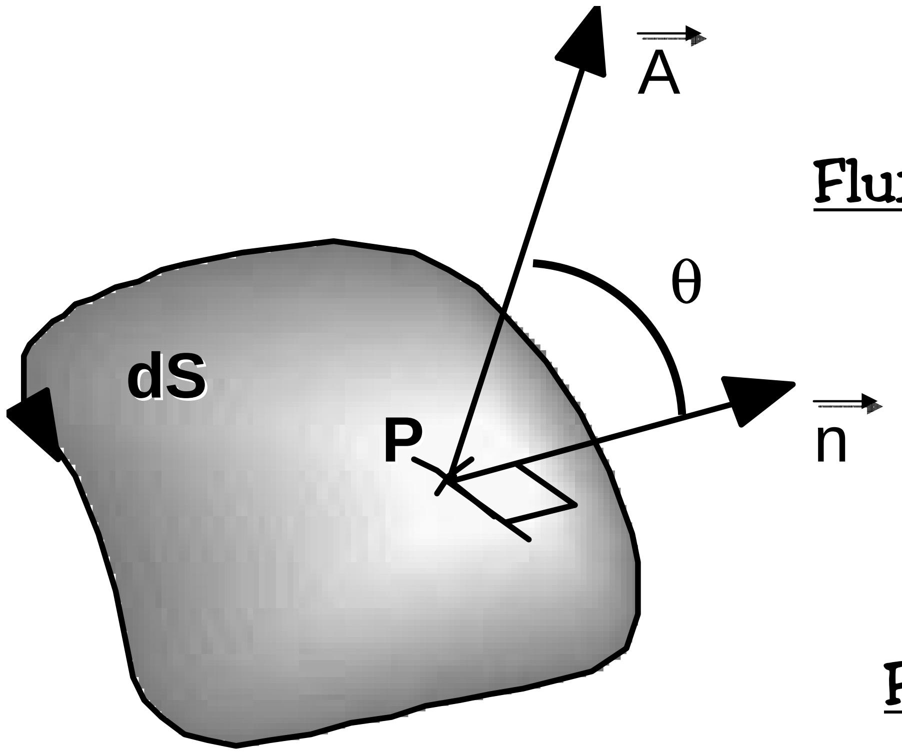
Concept de flux

Flux d'un champ de vecteur à travers une surface S

- un champ vectoriel $\overrightarrow{A(M)}$
- une surface S



Flux d'un champ de vecteur à travers une surface S



Flux élémentaire sur dS

$$d\Phi = \vec{A}\cdot d\vec{S}$$
$$= \vec{A}\cdot\vec{n}dS$$
$$= AdS\cos\theta$$

Flux au travers de S

$$\Phi = \iint_S d\Phi = \iint_S A\cos\theta dS$$