Champs
et
Fonctions de champ

Quand peut-on
parler de champ ?

Quand un scalaire, un vecteur ou toute autre fonction peut être associé à chaque point d'une région de l'espace

Conditions aux limites

- Neumann
- Dirichlet

Champ = fonction des coordonnées de l'espace

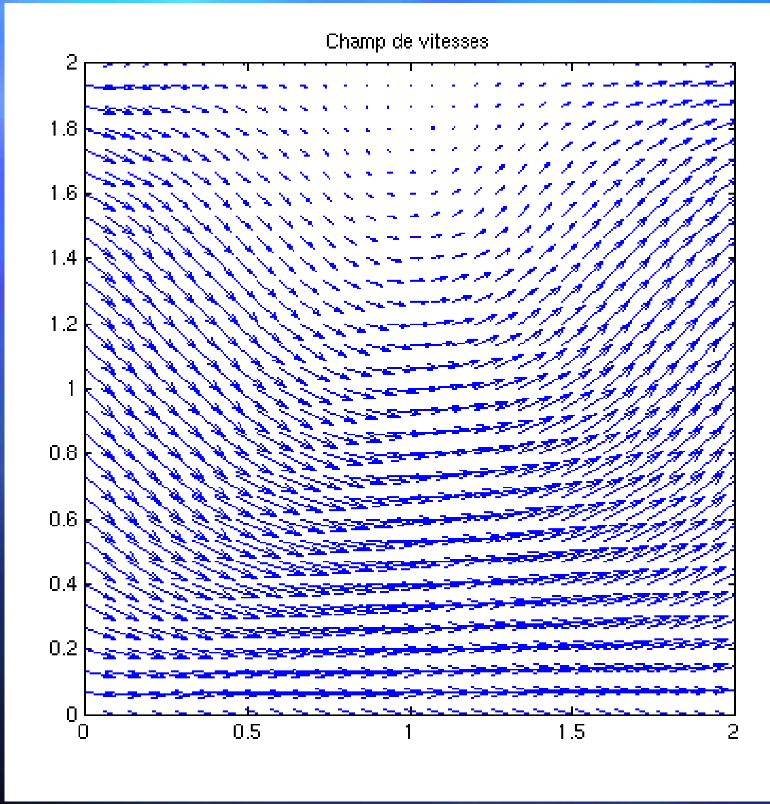
Description ...

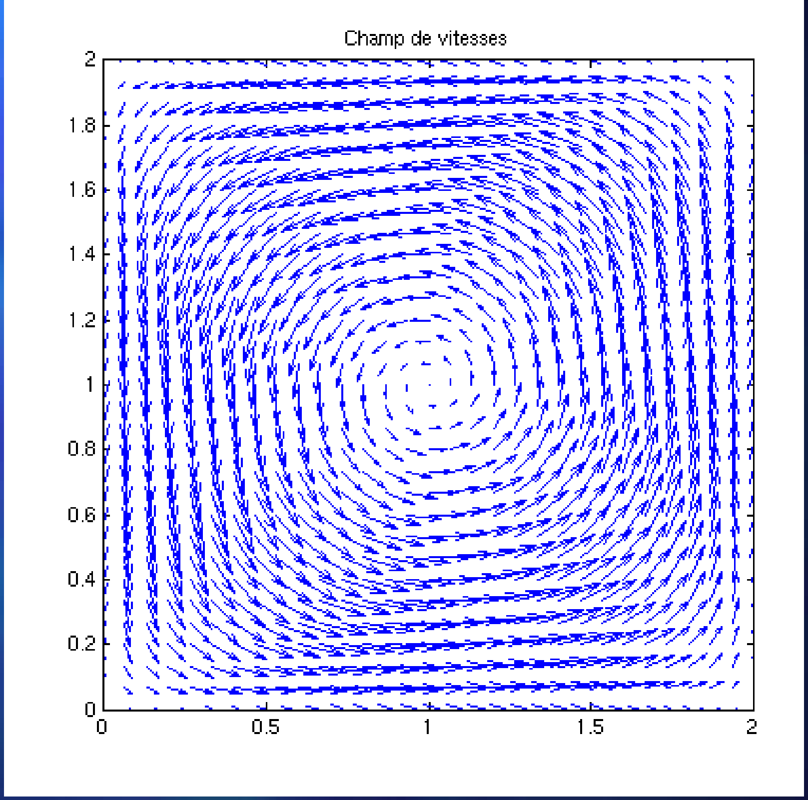
... des propriétés du système

Choix du référentiel d'observation

On parle parfois de description Eulérienne

Exemple d'un tourbillon vu dans 2 référentiels différents



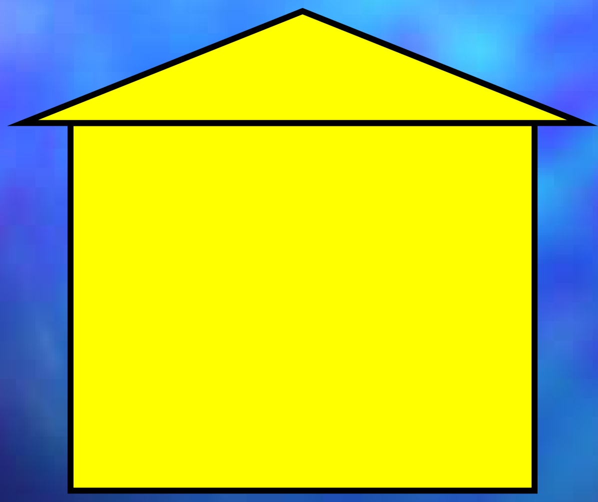


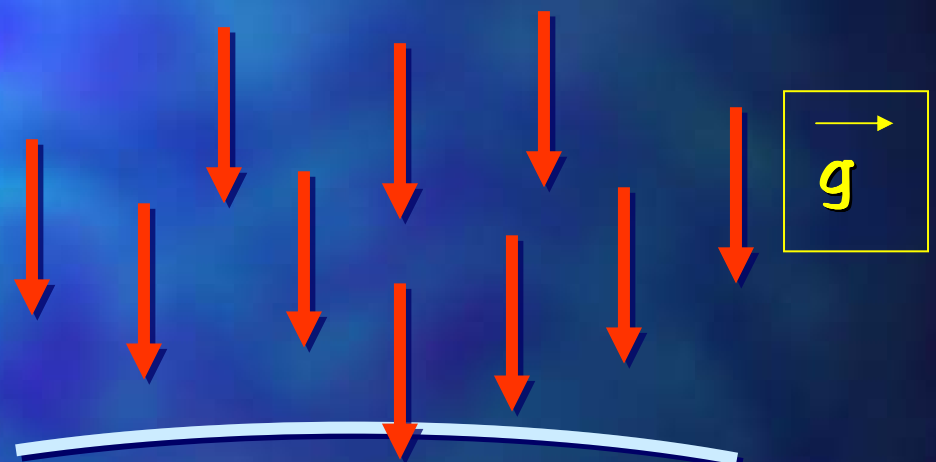
Champs élémentaires

Décrire un champ…

Champ uniforme La fonction a même valeur en tout point.

Exemple de champ vectoriel : gravité

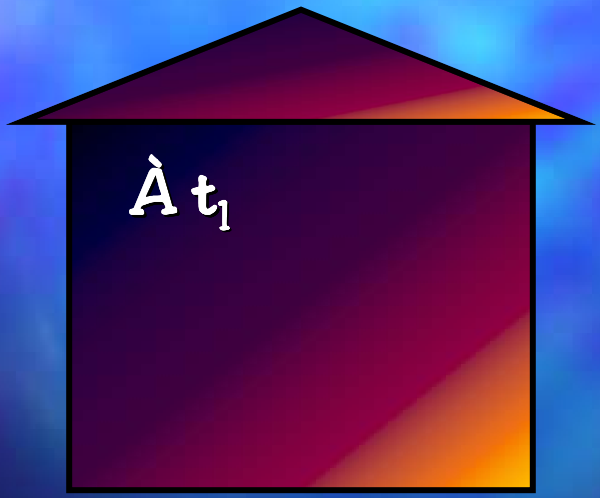


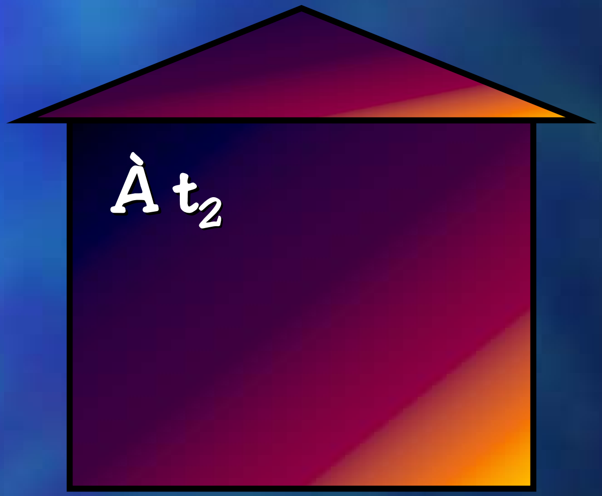


$$\boxed{F(x , y , z , t)=F_0(t)}$$

Champ stationnaire ou permanent Pas de variations temporelles

Exemple de champ scalaire : température

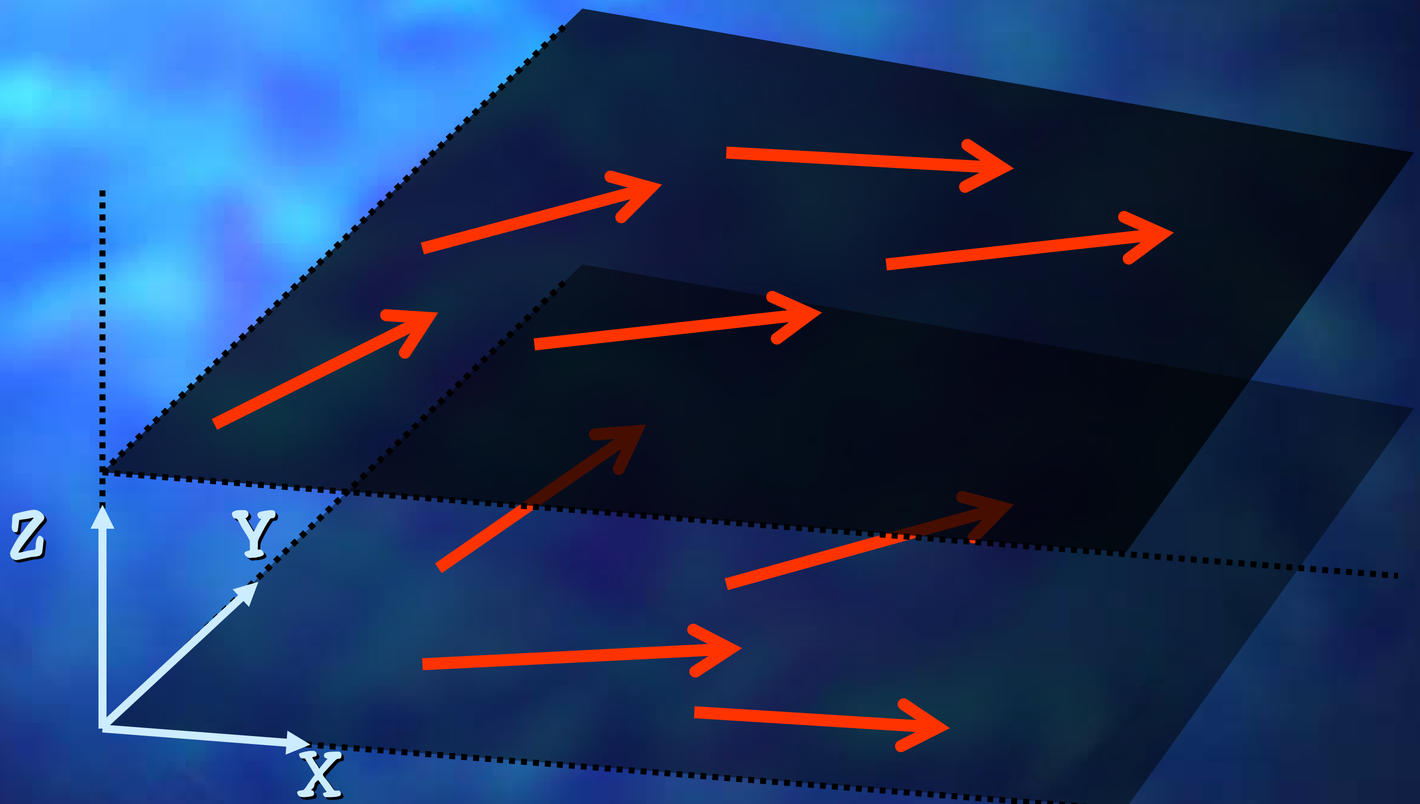




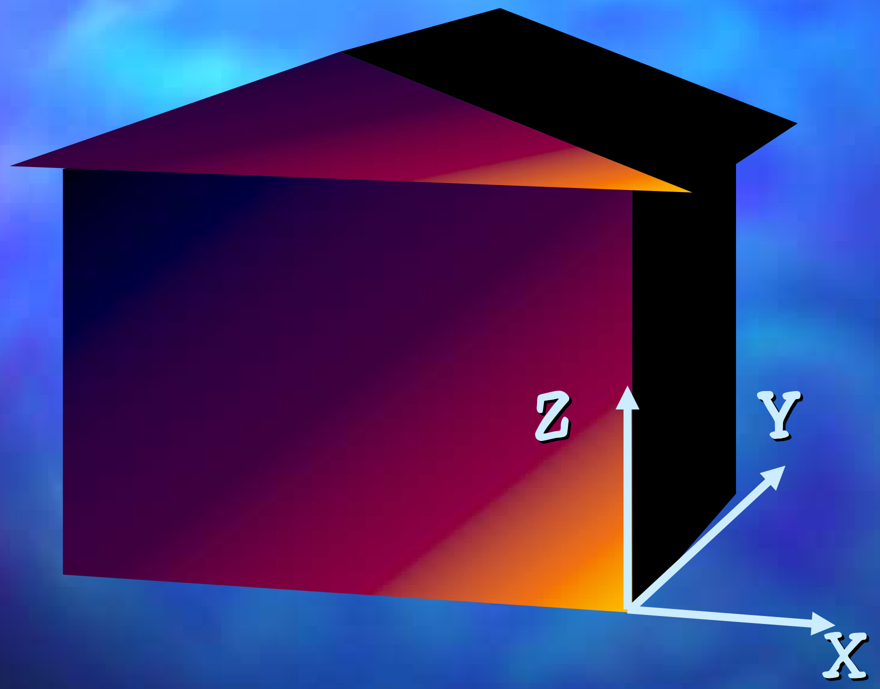
$\boxed{\partial . / \partial t = 0}$

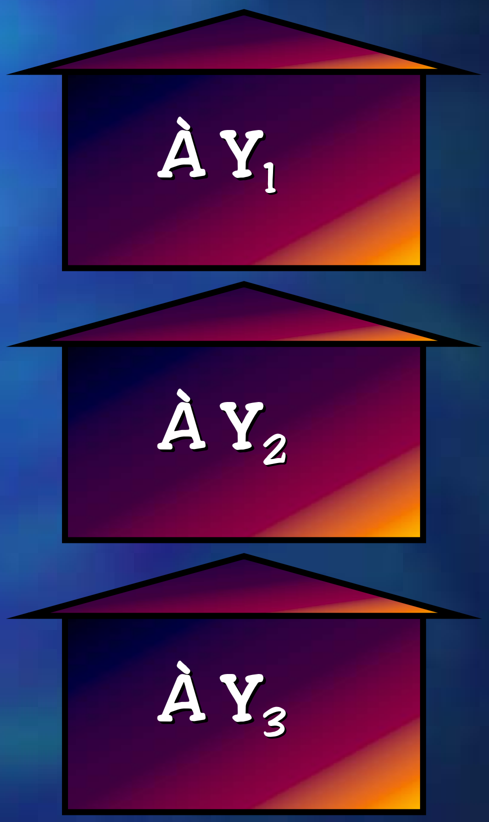
Champ vectoriel mono- bi- tri-dimensionnel

1, 2 ou 3 composantes non nulles



Champ plan — Pas de variations dans une direction donnée

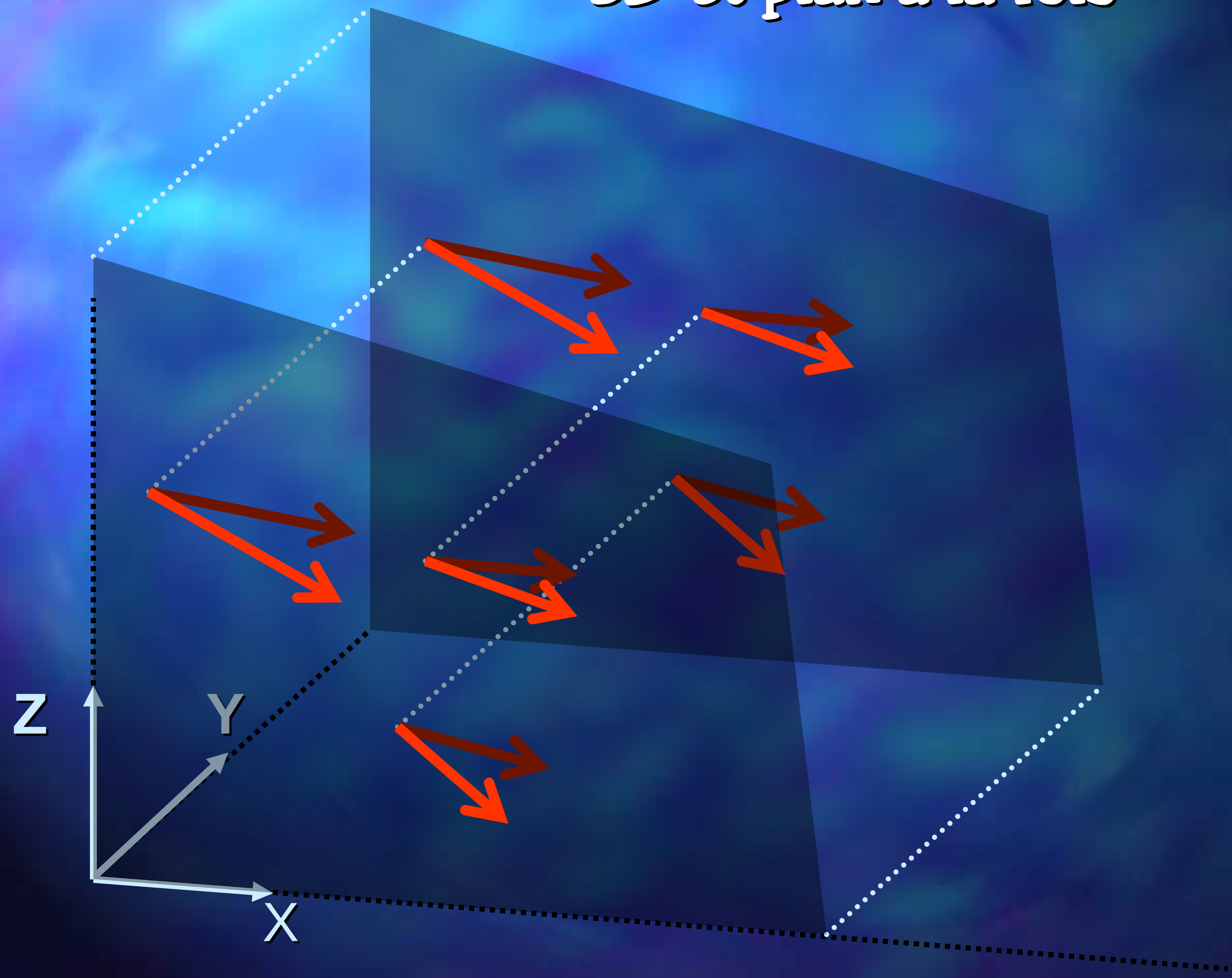




$$\boxed{\partial . / \partial Y = 0}$$

ATTENTION !

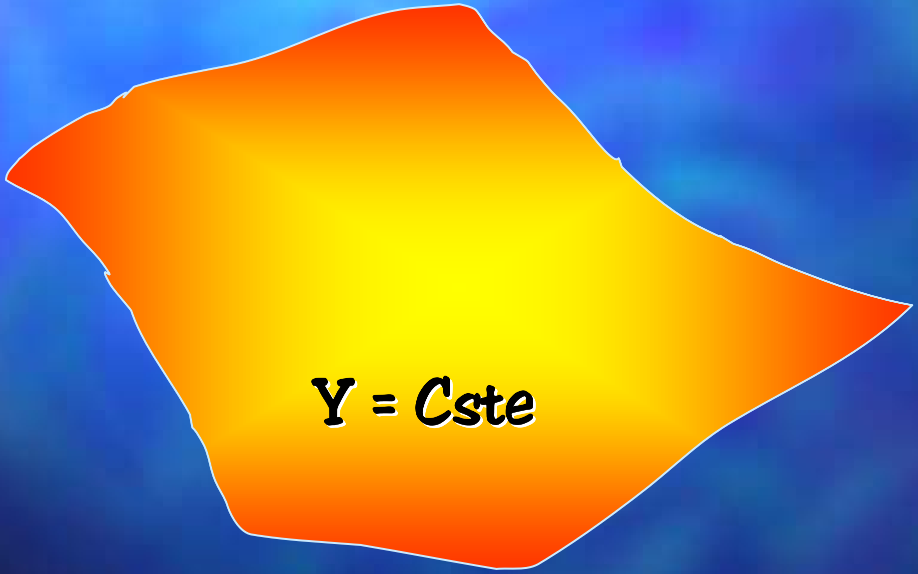
Un champ vectoriel peut être 3D et plan à la fois



Surfaces et lignes particulières

Surface de niveau (champ scalaire) :

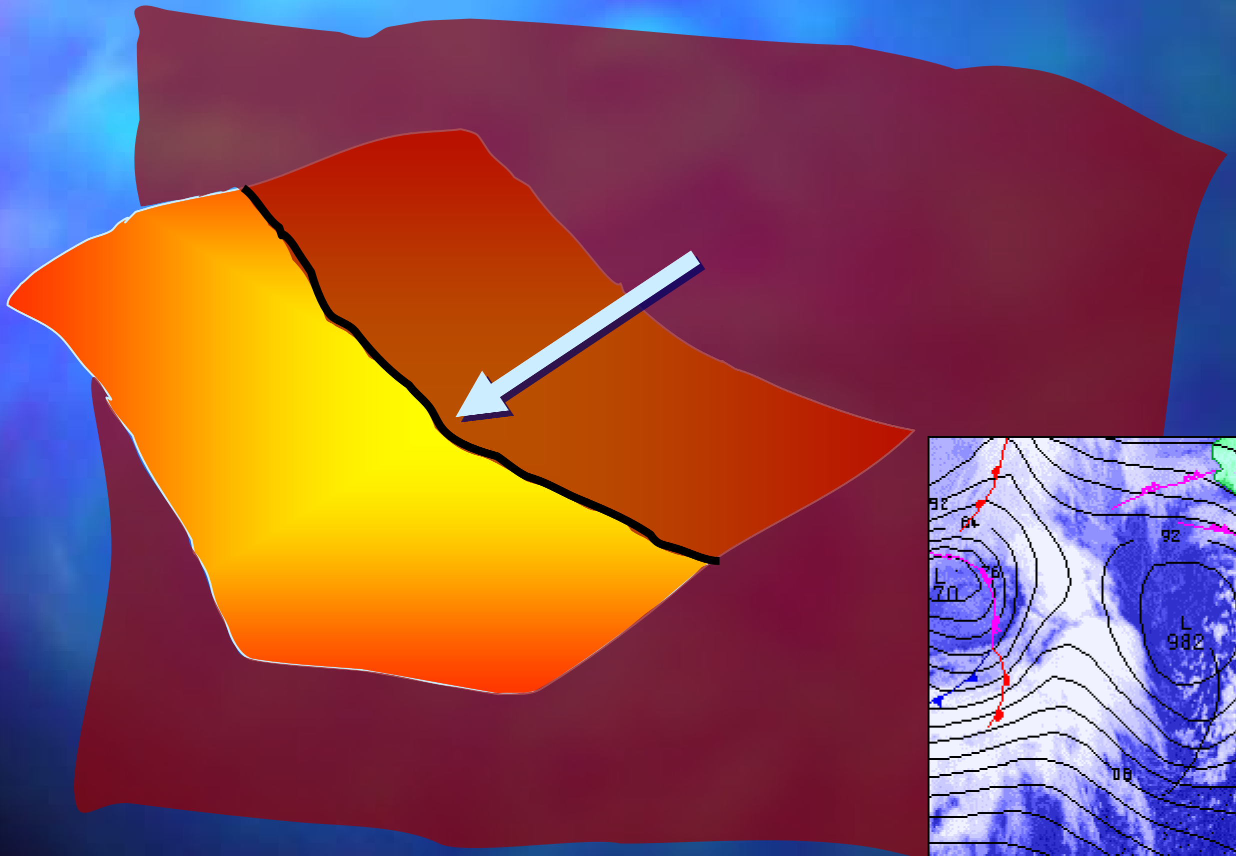
Ensemble des points où le champ prend une même valeur.



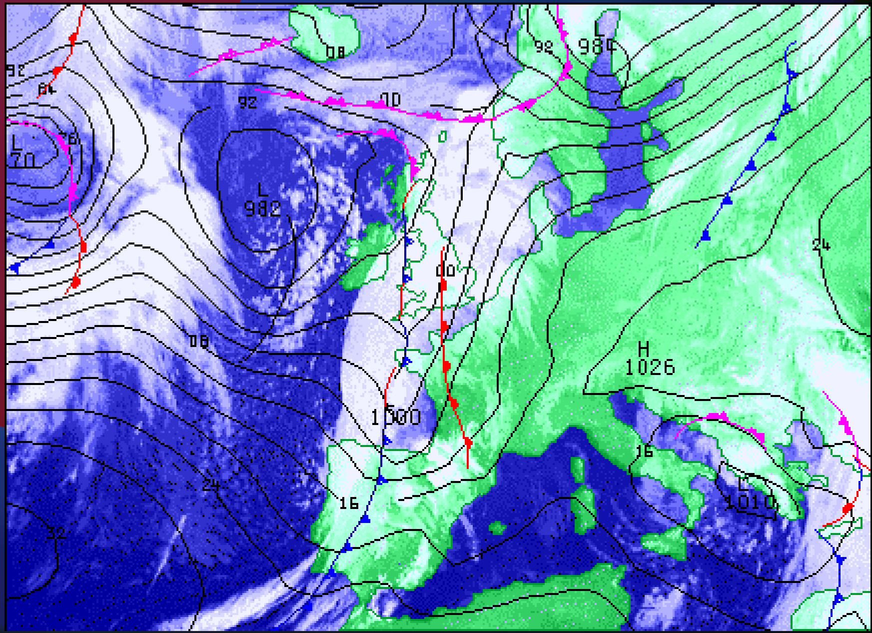
- Isothermes
- Isobares

Ligne ou courbe de niveau (champ scalaire)

Intersection entre une surface de niveau et un plan ou toute autre surface

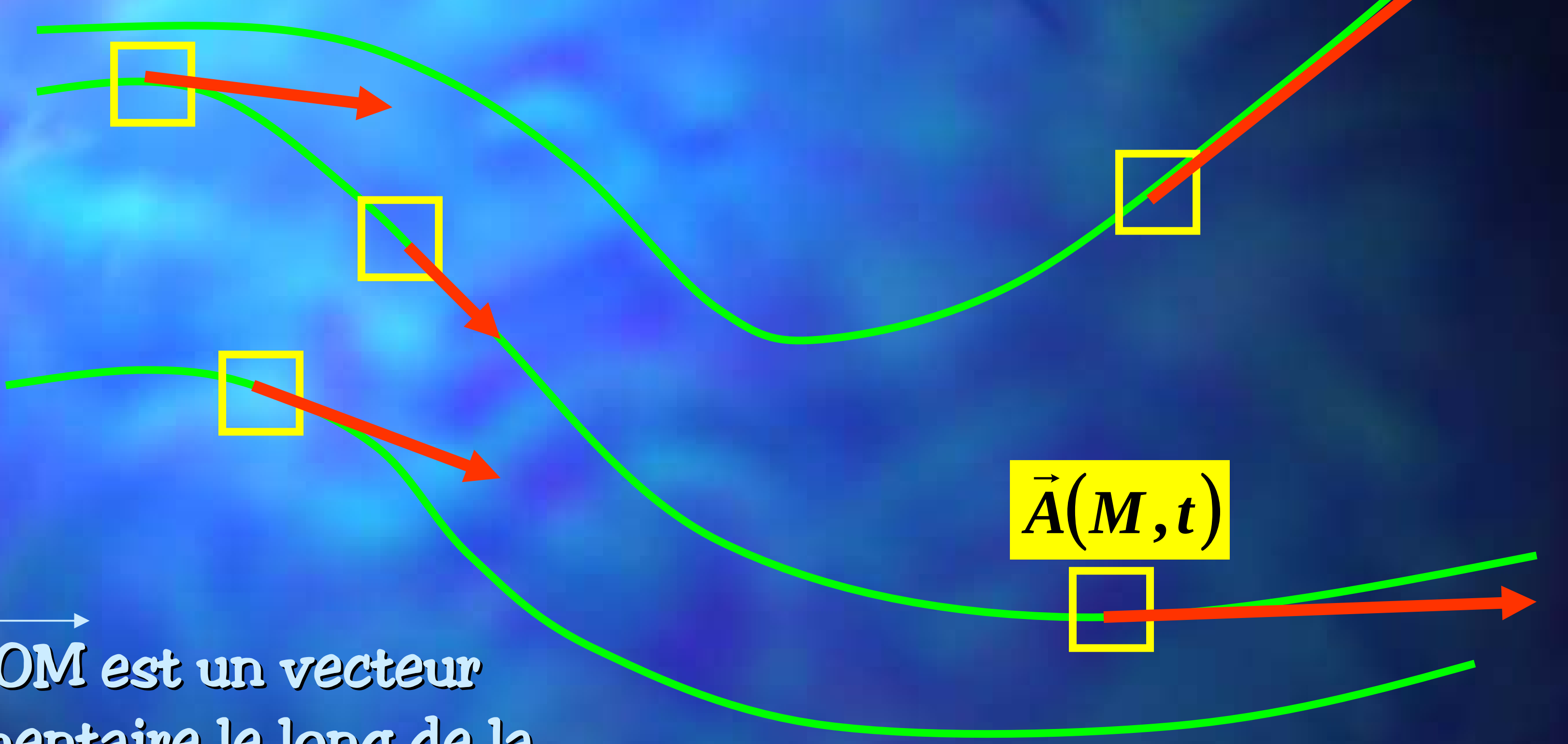


Exemple



Ligne de courant ou ligne de champ (champ vectoriel)

Courbes tangentes aux vecteurs $\overrightarrow{A}(M,t)$



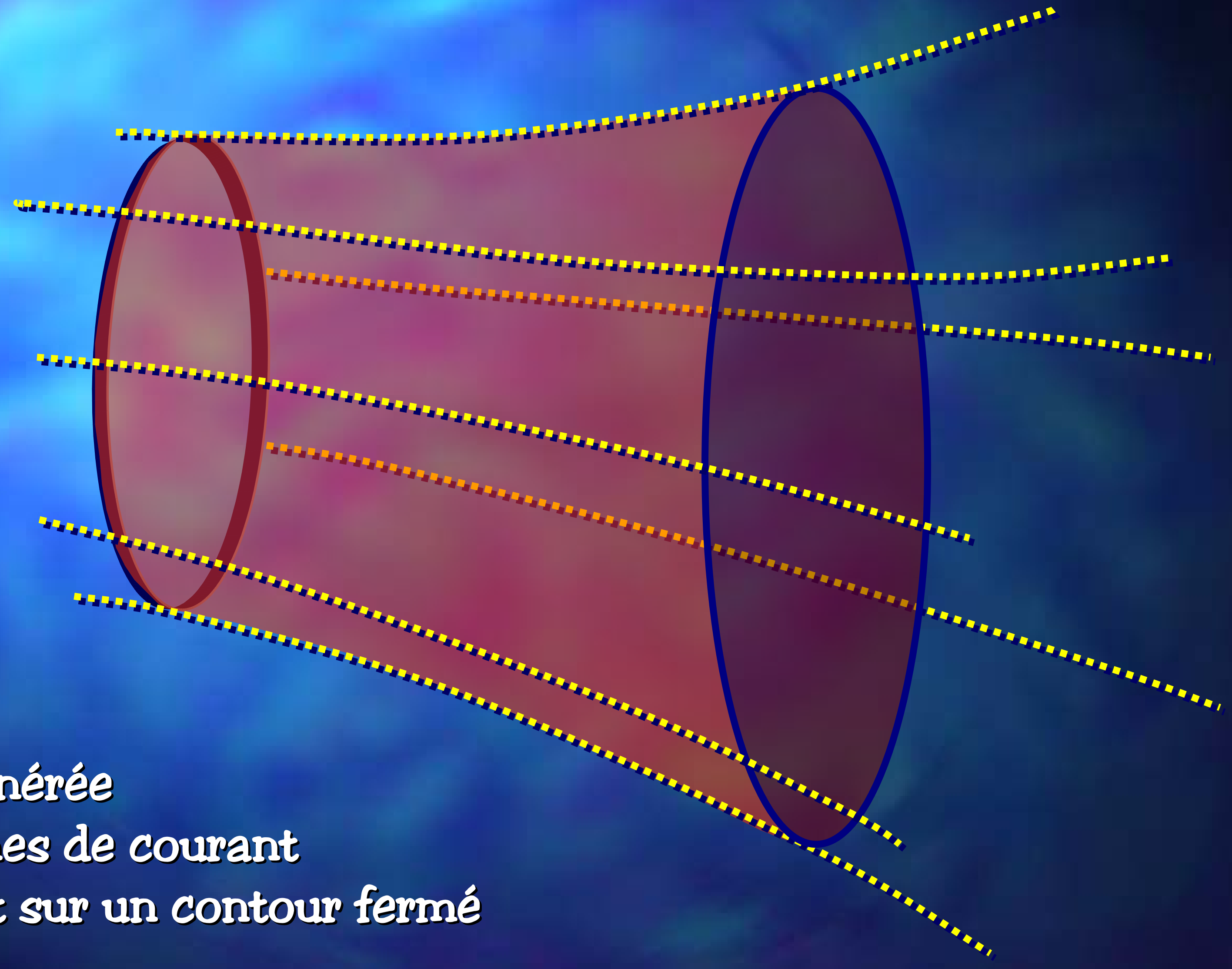
Si $\overrightarrow{dOM}$ est un vecteur élémentaire le long de la courbe, on a :

$$\frac{dx}{A_x(x,y,z,t)} = \frac{dy}{A_y} = \frac{dz}{A_z} = \alpha$$

(à un instant t donné)

Démonstration ?

Tube de courant (ou tube de champ)

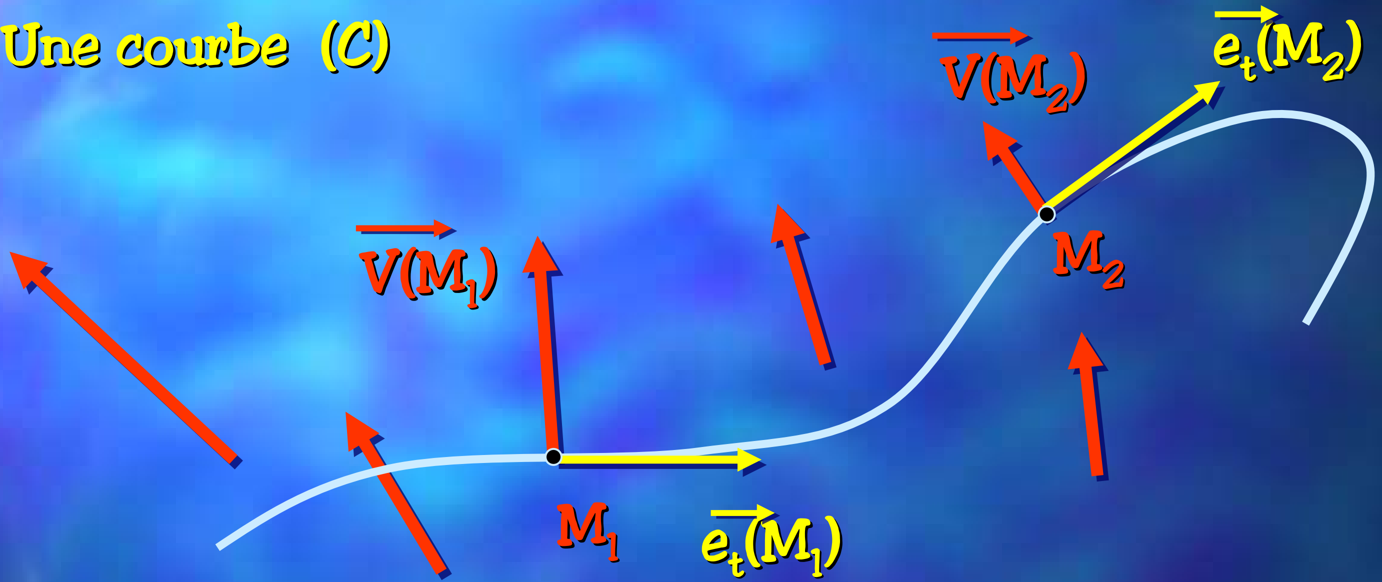


Surface générée
par les lignes de courant
s'appuyant sur un contour fermé

Circulation

- Un champ vectoriel $\overrightarrow{V(M)}$

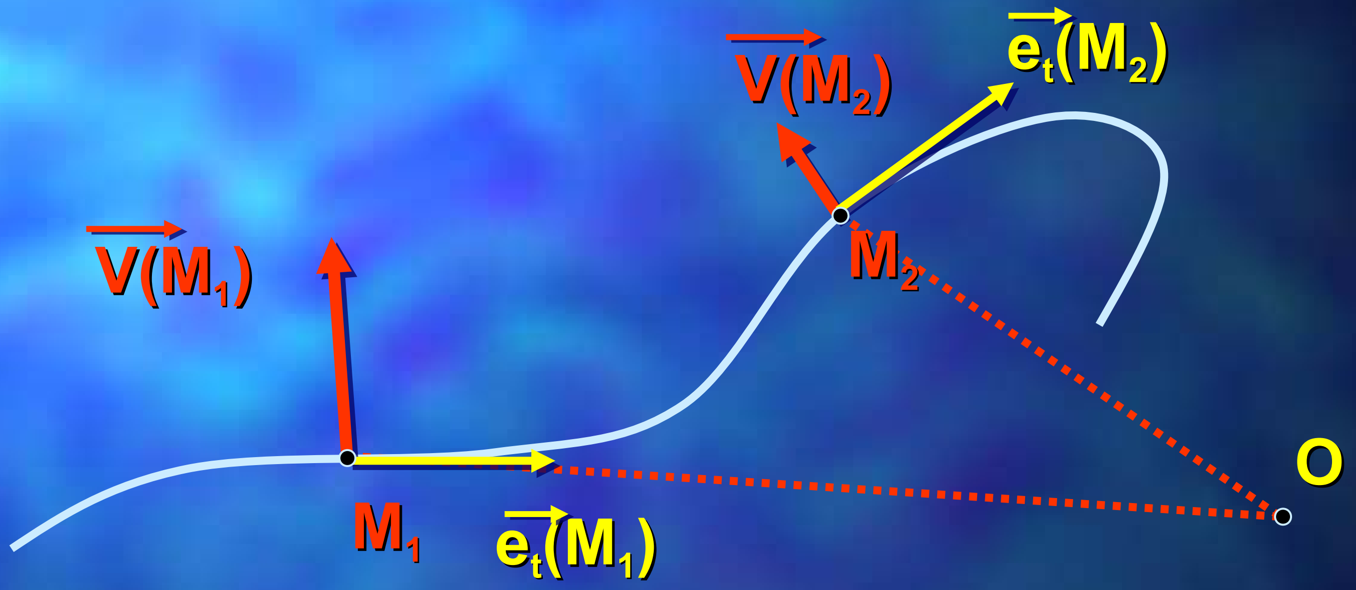
- Une courbe (C)



- En tout point, on définit le <u>champ scalaire</u> :

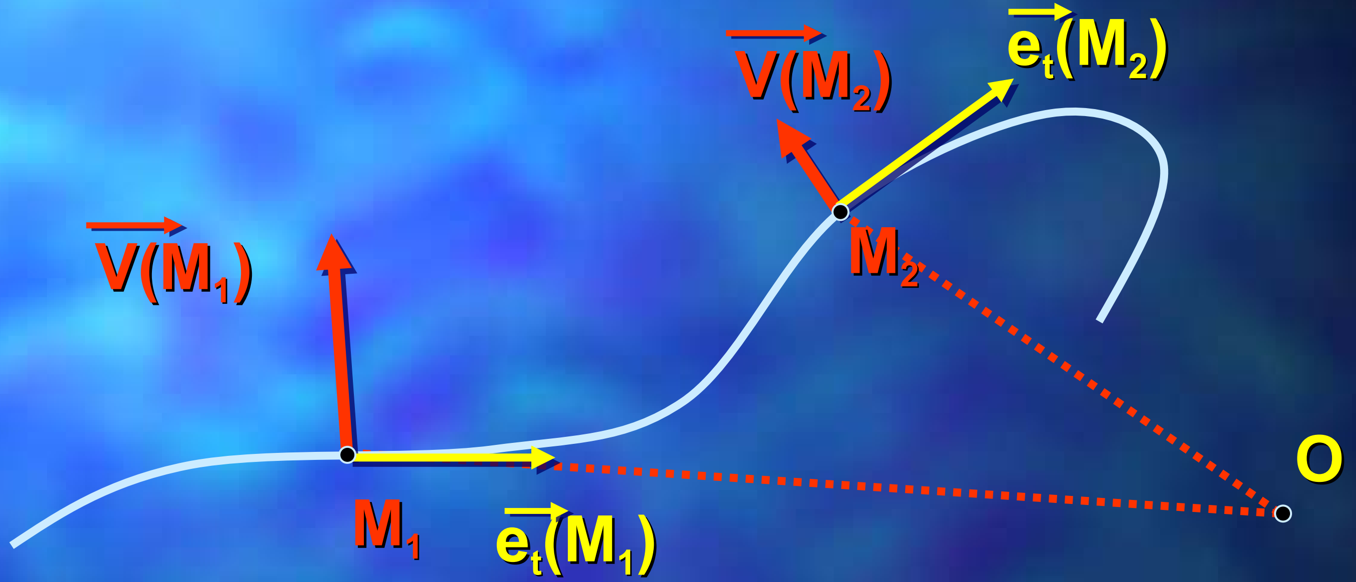
$$\boxed{\forall M \in (C),\ \vec{V}(M)\cdot\vec{e}_t(M)}$$

Circulation : définition



$$Circulation = \int \vec{V} \cdot \vec{e}_t dl = \int \vec{V} \cdot d\overrightarrow{OM}$$

Attention !



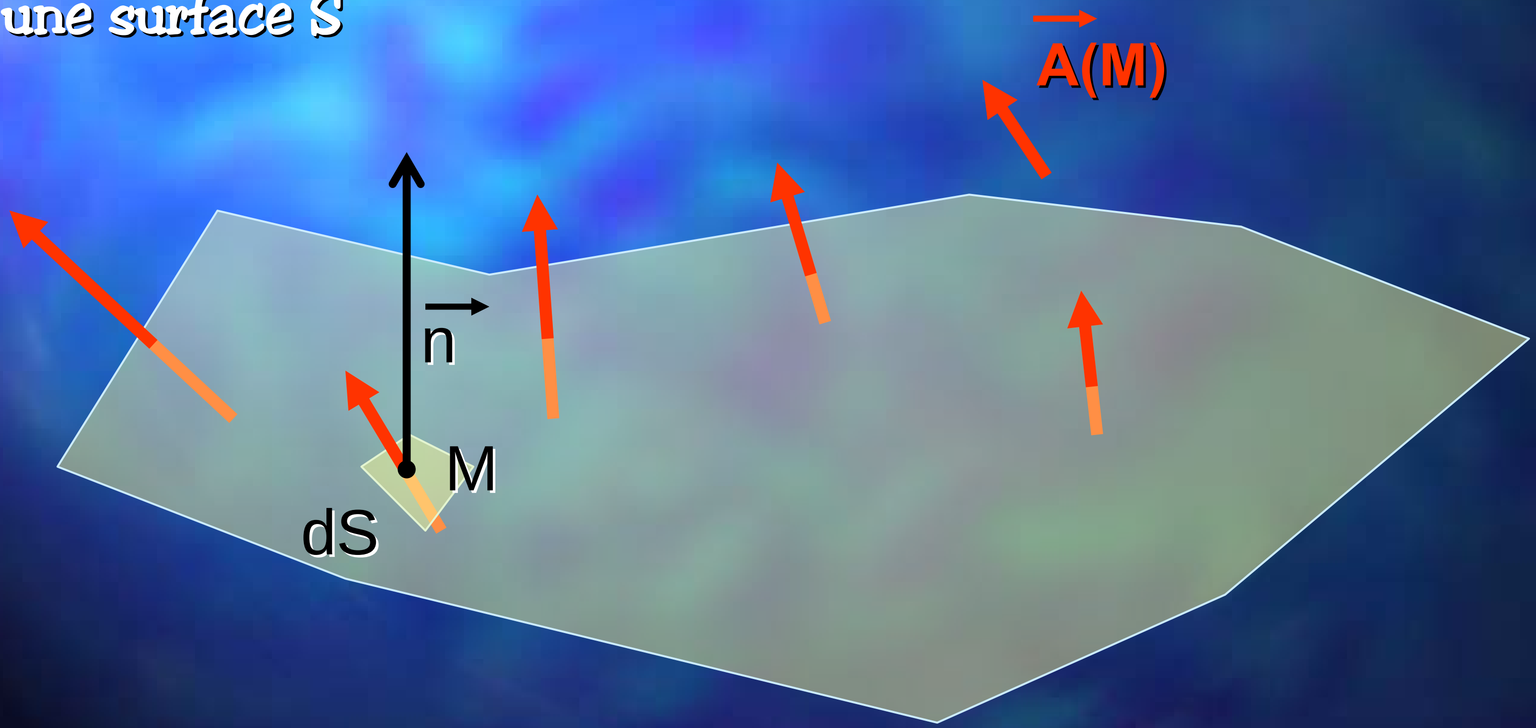
$$Circulation = \int V_x dx + V_y dy + V_z dz$$

Non indépendants !

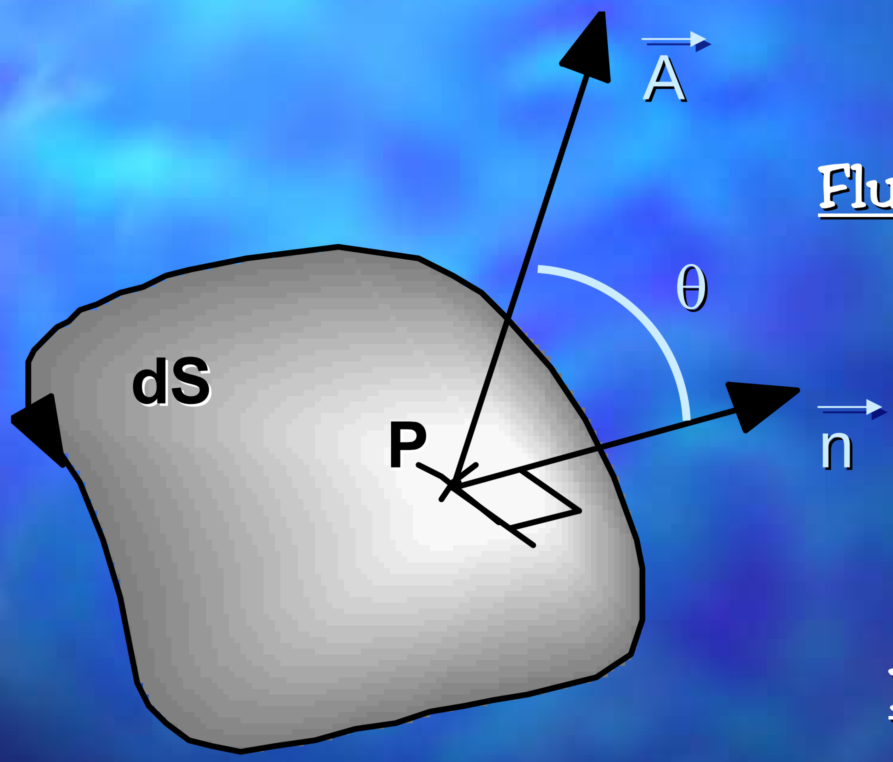
Concept de flux

Flux d'un champ de vecteur à travers une surface S

- un champ vectoriel $\overrightarrow{A(M)}$
- une surface S



Flux d'un champ de vecteur à travers une surface S



Flux élémentaire sur dS

$$d\Phi = \vec{A}\cdot d\vec{S}$$
$$= \vec{A}\cdot\vec{n}dS$$
$$= AdS\cos\theta$$

Flux au travers de S

$$\Phi = \iint_S d\Phi = \iint_S A\cos\theta dS$$